



Transferência de Calor

Prof. Carlos Eduardo Catunda

PARTE - 1/2

Material disponível em:

<http://www.cefet-rj.br/index.php/demec-downloads>

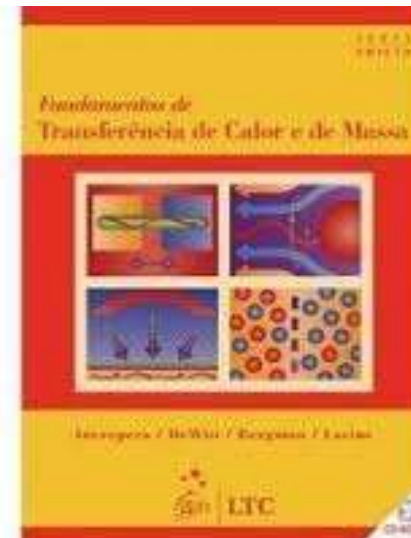
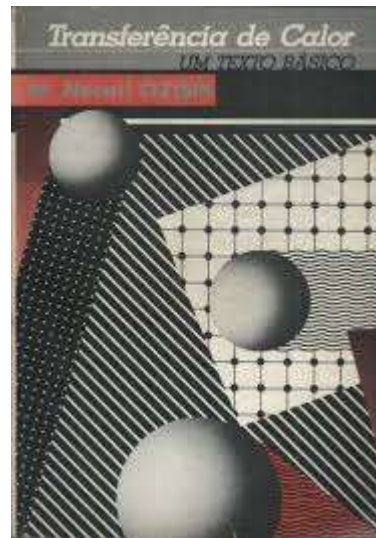


Sumário

1. Condução
2. Convecção
3. Radiação
4. Lei de Fourier
5. Propriedades Termofísicas
6. A Equação do Calor
7. Parede Plana
8. Parede Cilíndrica
9. Parede Esférica
10. Condução com geração de Energia Térmica
11. Intensidade e Poder Emissivo
12. Radiação de Corpo Negro
13. Transferência de Massa por Difusão

Bibliografia

1. Incropera, F.; Transferência de Calor e Massa – Editora LTC – 6ªed
2. Ozisik, M. N.; Transferência de calor: Um texto básico – Editora Guanabara



Colaboração dos Professores:

- Alexandre Santiago, CEFET-RJ

Aula 1 – Introdução – Conceitos Fundamentais

- ≡ Origens Físicas da Transferência de Calor
- ≡ Equações de taxas

Transferência de Calor - Introdução

Até o último quartil do **século XVIII**, pouco se sabia sobre a natureza do calor. Apesar do surgimento da **termometria** no século anterior e da invenção da **máquina a vapor** - que, de certa forma, aguçou o interesse pelo estudo do calor - o fenômeno permanecia um enigma. **Lavoisier** e **Laplace** aventaram, em 1778, a hipótese de que o calor era um fluido imponderável, insípido, incolor, inodoro: o **calórico**. Toda substância, segundo eles, continha calórico.

Quando duas substâncias, a diferentes temperaturas, entravam em contato térmico, aquela que contivesse mais calórico (estivesse a uma temperatura mais elevada) cederia parte desse fluido à outra; de modo que o calórico no final do processo era igual à soma dos dois: em outras palavras, o calórico se conservava.

A teoria calórica do calor vigorou até meados do **século XIX**, quando cedeu lugar à **teoria energética do calor**. O marco inaugural da Termodinâmica é o artigo “On the Dynamical Theory of Heat”, publicado em 1849 de autoria de William Thompson, mais conhecido como Lord Kelvin.

Mas o que dizer da transferência de calor? Como o calor se transfere de uma substância a outra?

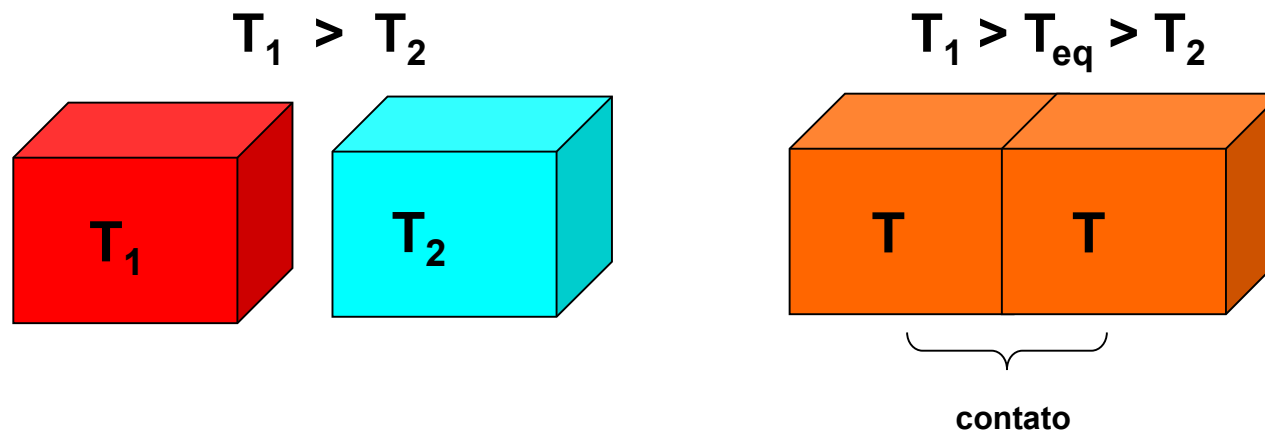
Transferência de Calor - Introdução

Transferência de Calor (ou Calor): é **energia em trânsito** devido a uma diferença de **temperatura**.

Sempre que existir uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios ocorrerá transferência de calor.

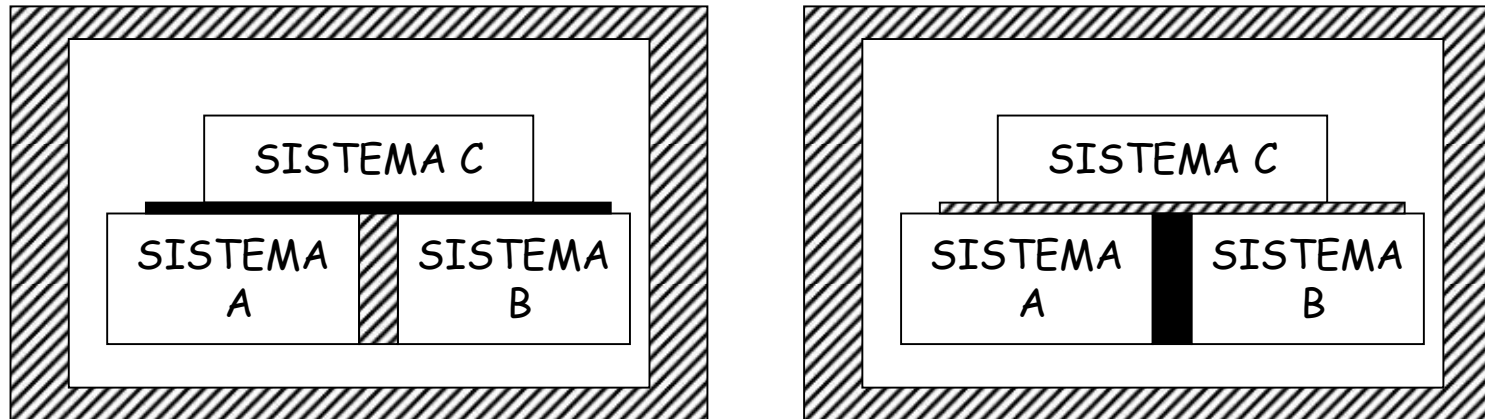
Temperatura

Grandeza física que indica o estado (grau de agitação) das partículas de um corpo, caracterizando o seu estado térmico.



Transferência de Calor - Introdução

A Lei Zero da Termodinâmica



Dois sistemas (A e B) em equilíbrio térmico com um terceiro sistema (C) estão também em equilíbrio térmico um com o outro. Isto é, verifica-se a propriedade transitiva da relação de equilíbrio térmico.

A temperatura é a propriedade que é comum a sistemas que se encontram em equilíbrio térmico (mesma classe de equivalência).

Se os corpos estiverem a temperaturas diferentes, a energia pode ser trocada entre eles por meio de calor. No equilíbrio térmico os corpos em contato térmico deixam de trocar energia.

Transferência de Calor - Introdução

Energia em trânsito

Calor é a **energia térmica em trânsito**, devido a uma diferença de temperatura entre os corpos”.



Há **transferência líquida** de calor, **espontaneamente**, do corpo mais quente para o corpo mais frio.

“É **impossível** para qualquer sistema operar de maneira que o **único efeito** seja uma transferência de energia sob a forma de calor de um corpo **mais frio** para um corpo **mais quente**”.

Transferência de Calor - Introdução

Corpos em desequilíbrio térmico trocam calor para alcançar o equilíbrio.

Em um sistema isolado, a quantidade total de calor trocado entre os corpos é nula, ou seja, o calor total recebido pelos corpos mais frios é igual ao calor total retirado dos corpos mais quentes.

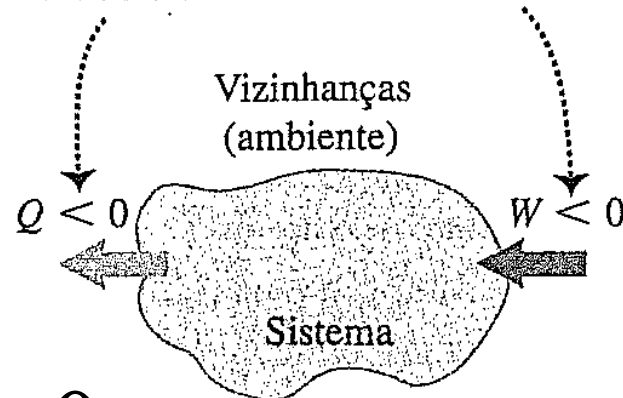
$$\sum Q = 0$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = 0$$



O calor é positivo quando *entra* no sistema, negativo quando *sai* do sistema.

O trabalho é positivo quando é feito *pele* sistema, negativo quando é feito *sobre* o sistema.



Transferência de Calor – Introdução

Relação entre Termodinâmica e Transf. de Calor

Termodinâmica trata da relação entre o calor e as outras formas de energia. A energia pode ser transferida através de interações entre o sistema e suas vizinhanças. Estas interações são denominadas calor e trabalho.

A **1ª Lei da Termodinâmica** governa quantitativamente estas interações

≡ A 1ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada assim : "A variação líquida de energia de um sistema é sempre igual a transferência líquida de energia na forma de calor e trabalho".

A **2ª Lei da Termodinâmica** aponta a direção destas interações

≡ A 2ª Lei da Termodinâmica pode ser enunciada assim : "É impossível o processo cujo único resultado seja a transferência líquida de calor de um região fria para uma região quente".

Transferência de Calor - Introdução

Relação entre Termodinâmica e Transferência de Calor

Porém existe uma diferença fundamental entre a **transferência de calor** e a **termodinâmica**. Embora a termodinâmica trate das interações do calor e o papel que ele desempenha na primeira e na segunda leis, ela não leva em conta nem o mecanismo de transferência nem os métodos de cálculo da **taxa de transferência de calor**. A termodinâmica trata com estados de equilíbrio da matéria onde inexistem gradientes de temperatura. Embora a termodinâmica possa ser usada para determinar a quantidade de energia requerida na forma de calor para um sistema passar de um estado de equilíbrio para outro, ela não pode quantificar a taxa (velocidade) na qual a transferência do calor ocorre.

Termodinâmica:

≡ Estuda as interações (trocas de energia) entre um sistema e suas vizinhanças.

Transferência de calor:

≡ Indica como ocorre e qual a velocidade com que o calor é transportado.

Transferência de Calor - Introdução

A disciplina de **transferência de calor** procura fazer aquilo o que a termodinâmica é inerentemente incapaz de fazer.

No estudo da transferência de calor, três modos distintos de transferência de calor são identificados:

- ≡ **Condução,**
- ≡ **Convecção e**
- ≡ **Radiação Térmica ou Irradiação.**

Ainda que nunca apareçam isoladamente, serão tratadas aqui individualmente

Modos de Transferência de Calor

Condução

Definição:

- ≡ Propagação de calor em que a energia térmica é transmitida de partícula para partícula, mediante as colisões e alterações das agitações térmicas; ressalta-se que não há transporte das partículas; há somente transmissão de energia térmica.
- ≡ Transferência de energia de partículas mais energéticas para partículas menos energéticas por contato direto. Necessita obrigatoriamente de meio material para se propagar.
- ≡ Característico de meios estacionários.

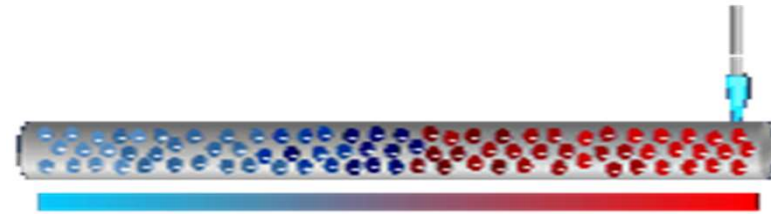
Aplicações (Exemplos)

- ≡ Condutores Térmicos
- ≡ Isolantes Térmicos

Modos de Transferência de Calor

Condução

Condução



≡ Em escala atômica há uma troca de energia cinética entre moléculas, na qual as moléculas menos energéticas ganham energia colidindo com moléculas mais energéticas

Antes de se inserir a barra na chama, os átomos estão vibrando em torno de suas posições de equilíbrio

À medida que a chama fornece energia à barra, os átomos próximos à chama começam a vibrar com amplitudes cada vez maiores

Colidem com seus vizinhos e transferem um pouco de sua energia nas colisões

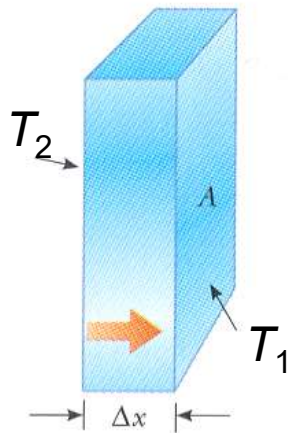
O aumento da vibração das moléculas representa uma elevação de temperatura do metal

A taxa de condução depende das propriedades da substância

Modos de Transferência de Calor

Condução

Considere um bloco cujo material tem espessura Δx e uma seção de área A , cujas faces opostas têm temperaturas T_1 e T_2 , onde $T_2 > T_1$



Taxa de transferência de energia



$$H = \frac{Q}{\Delta t} \quad (\text{Watts})$$

H é a potência

$$H = \frac{Q}{\Delta t} = \alpha A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

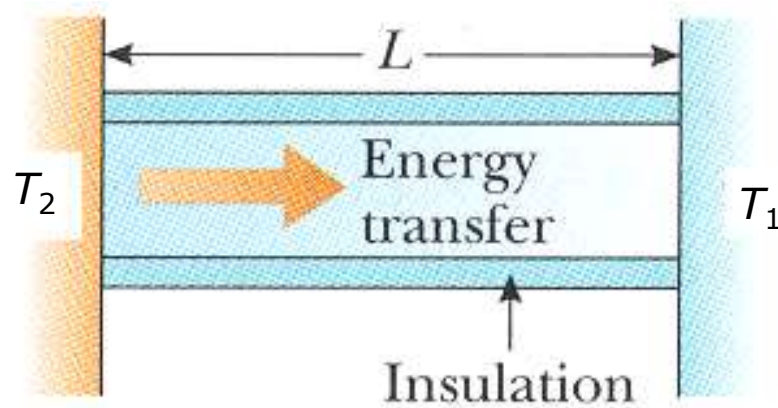
Para um bloco de espessura infinitesimal dx e diferença de temperatura dT , podemos escrever a lei da condução como

$$H = kA \left| \frac{dT}{dx} \right|$$

k é chamada de **condutividade térmica** do material

$\frac{dT}{dx}$ é o **gradiente de temperatura** (variação da temperatura com a posição)

Suponha que uma substância esteja na forma de uma barra longa e uniforme e de comprimento L



Está isolada de modo que a energia não possa escapar pelo calor a partir da sua superfície exceto nas extremidades, que estão em contacto térmico com reservatórios que têm temperaturas T_1 e T_2

No estado estacionário a temperatura em cada ponto ao longo da barra é constante no tempo

$$\left| \frac{dT}{dx} \right| = \frac{T_2 - T_1}{L} \Rightarrow$$

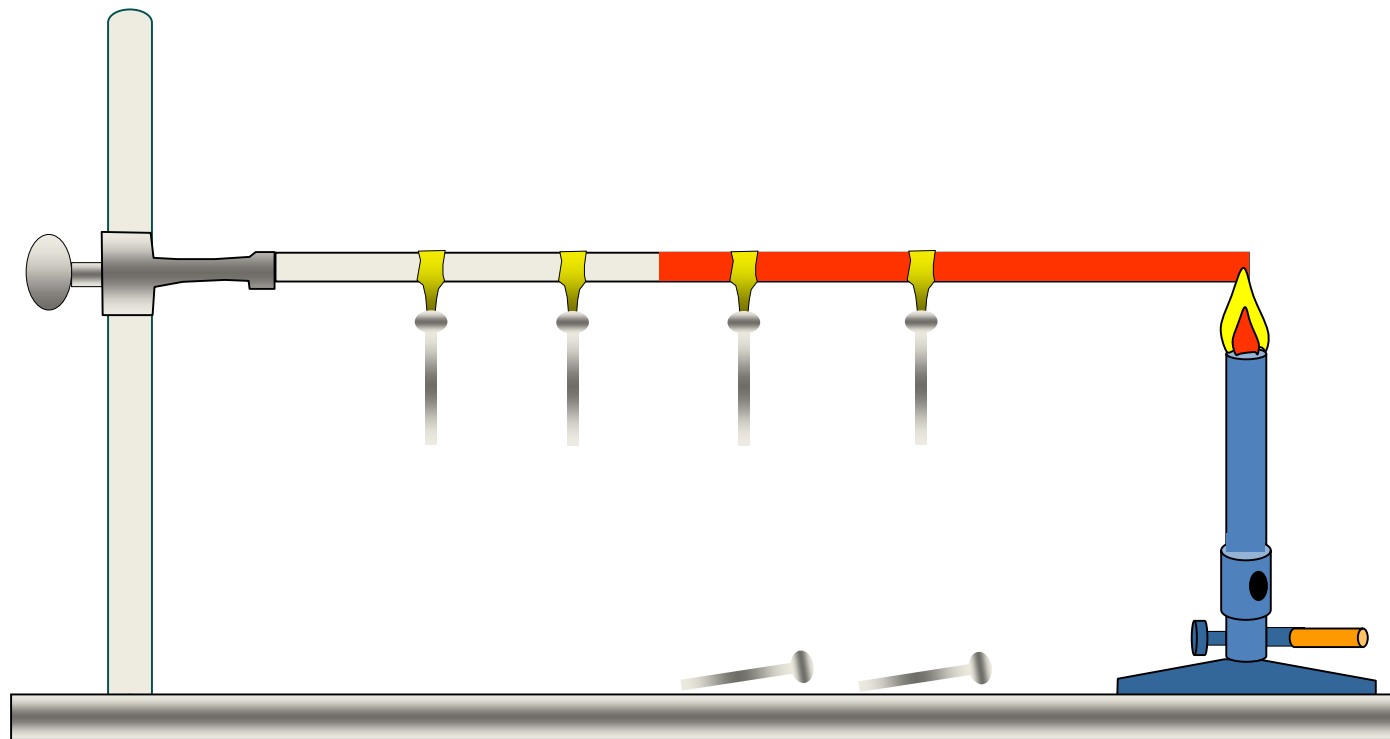
A taxa de transferência de energia pelo calor será

$$H = kA \frac{T_2 - T_1}{L}$$

k é a condutividade térmica

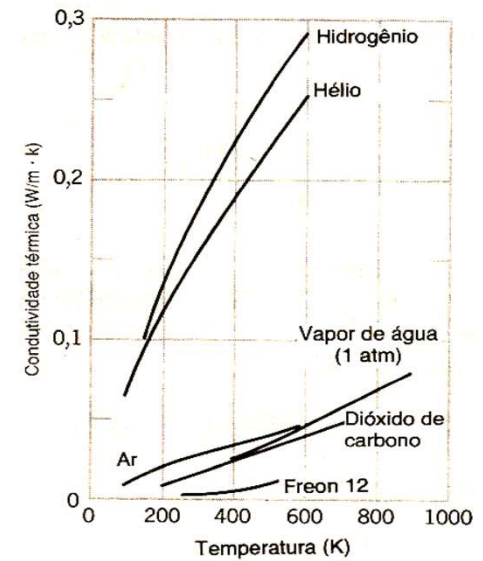
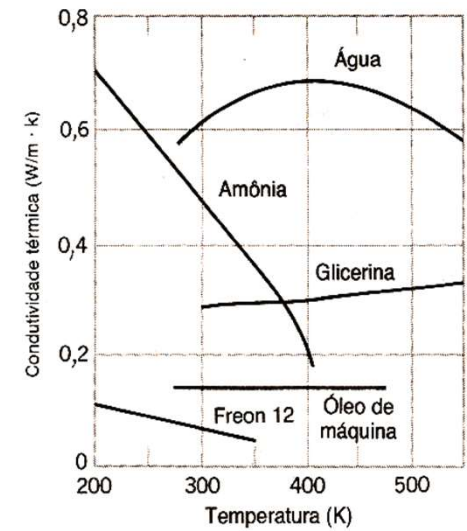
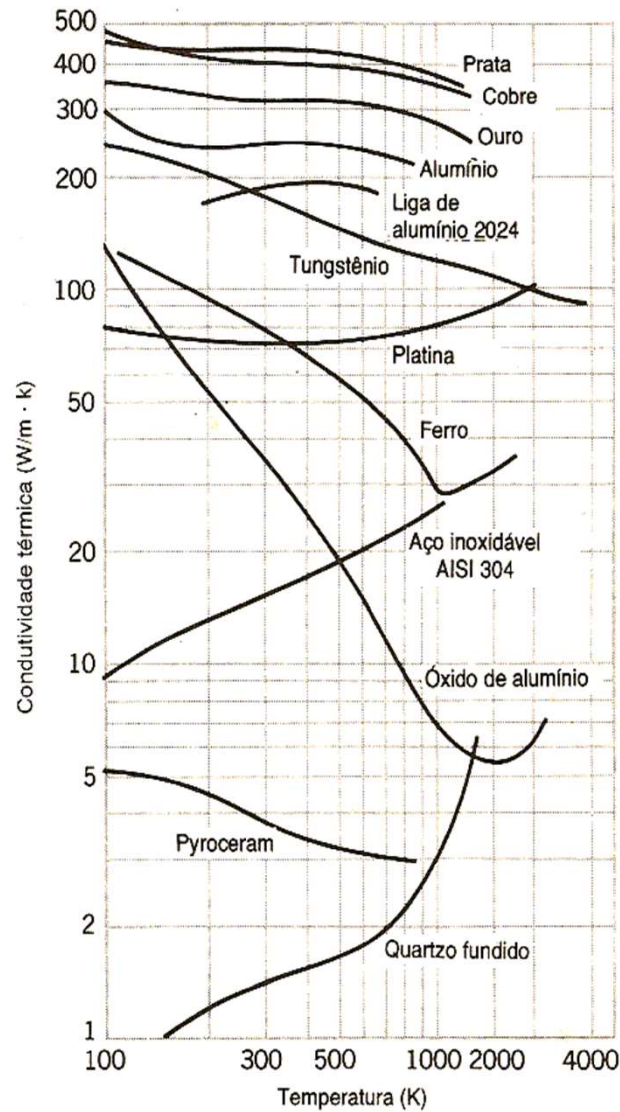
Modos de Transferência de Calor

Condução



Condutividade térmica de diferentes substâncias

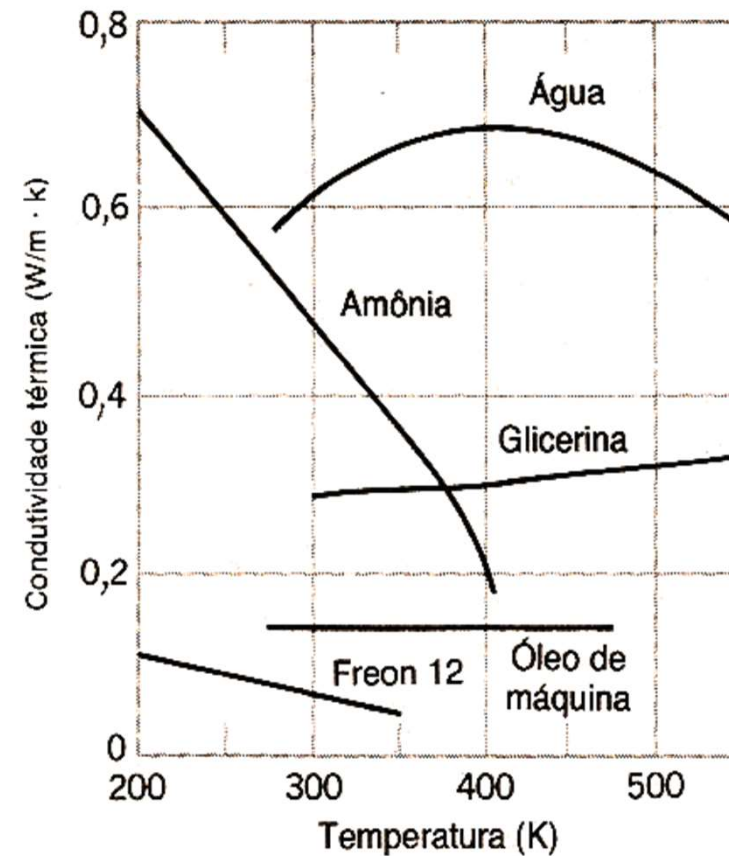
Thermal Conductivities	
Substance	Thermal Conductivity (W/m · °C)
<i>Metals (at 25°C)</i>	
Aluminum	238
Copper	397
Gold	314
Iron	79.5
Lead	34.7
Silver	427
<i>Nonmetals (approximate values)</i>	
Asbestos	0.08
Concrete	0.8
Diamond	2 300
Glass	0.8
Ice	2
Rubber	0.2
Water	0.6
Wood	0.08
<i>Gases (at 20°C)</i>	
Air	0.023 4
Helium	0.138
Hydrogen	0.172
Nitrogen	0.023 4
Oxygen	0.023 8





Estudo Dirigido Atividade em grupo (em sala)

Por que os iglus são feitos de gelo?



Modos de Transferência de Calor

Convecção

Definição

≡ A convecção térmica é um processo de transmissão em que a energia térmica é propagada mediante o transporte de matéria, havendo portanto, deslocamento de partículas; logo, a convecção é um fenômeno que só se processa em meios fluidos, ou seja, em líquidos e gases.

≡ Movimento de partículas mais energéticas por entre partículas menos energéticas;

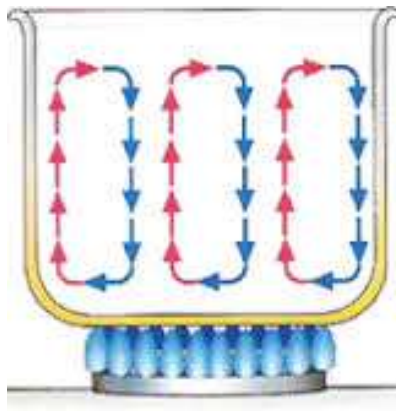
Aplicações (Exemplos)

- ≡ Refrigeradores
- ≡ Inversão Térmica
- ≡ Efeito Estufa
- ≡ Conforto Ambiental

Modos de Transferência de Calor

Convecção

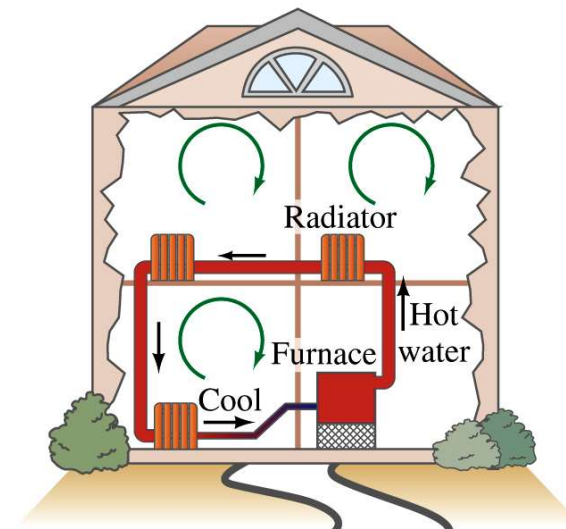
A energia é transferida pelo movimento de um fluido. Se não fosse pelas correntes de convecção, seria muito difícil ferver a água



Essas regiões se expandem e sobem porque tem uma densidade menor que a da água fria. Ao mesmo tempo, a água mais fria e mais densa vai para o fundo da panela e aí pode ser aquecida.

O mesmo processo ocorre numa sala aquecida por um aquecedor

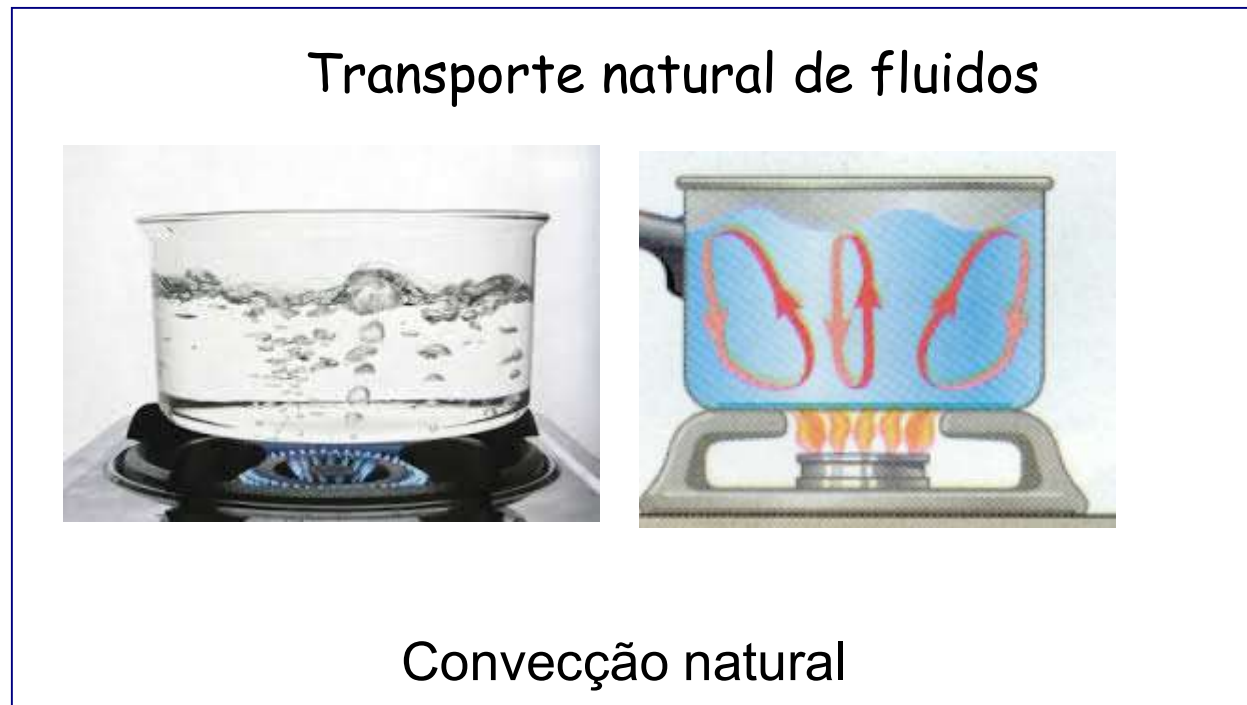
À medida que a água é aquecida numa panela, as camadas inferiores são aquecidas primeiro



Modos de Transferência de Calor

Convecção Natural e Forçada

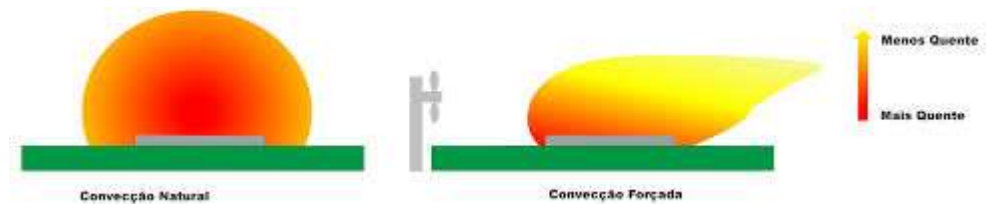
Na **convecção natural**, ou livre, o escoamento do fluido é induzido por **forças de empuxo**, que vem de diferenças de densidade causadas por variação de temperatura do fluido.



Modos de Transferência de Calor

Convecção Natural e Forçada

Na **convecção forçada** o fluido é forçado a circular sobre a superfície por **meios externos**, como uma bomba, um ventilador, ventos atmosféricos.



Modos de Transferência de Calor

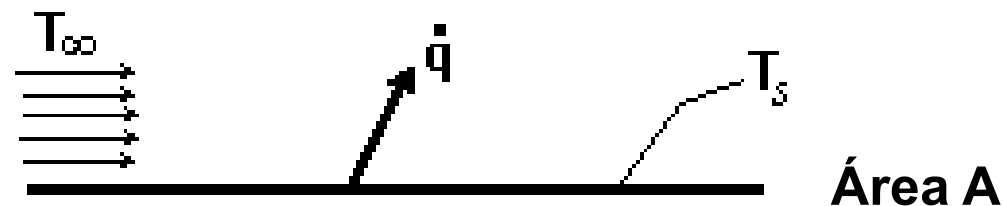
Convecção - Fluxo de Calor na Convecção

Lei de Newton do Resfriamento

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h \cdot A \cdot (T_s - T_{\infty})$$

fluido em
movimento

$$T_s > T_{\infty}$$



- h é o coeficiente de transferência convectiva de calor ou coeficiente de película [$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$]

Coeficiente de transferência de calor por convecção

Processo	h [W/(m² K)]
Convecção natural	
Gases	2 – 25
Líquidos	50 – 1.000
Convecção forçada	
Gases	25 – 250
Líquidos	50 – 20.000
Convecção com mudança de fase	
Ebulição ou condensação	2.500 – 100.000

Fonte: Incropera

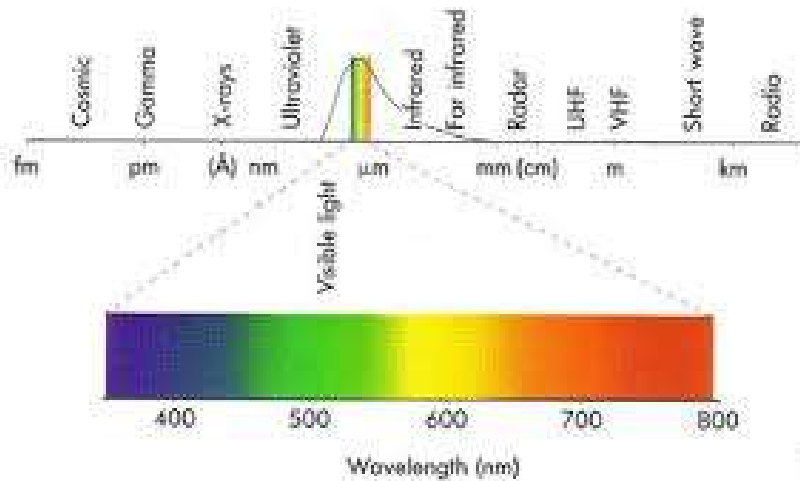
Modos de Transferência de Calor

Radiação

A energia é transferida pela radiação eletromagnética. A energia eletromagnética é emitida por qualquer corpo que possua temperatura acima de zero absoluto (0 K). Assim, todo corpo com temperatura absoluta acima de zero pode ser considerado como uma fonte de energia eletromagnética

A origem da radiação eletromagnética é a aceleração de cargas elétricas

Um corpo emite radiação eletromagnética devido ao movimento térmico de suas moléculas A potência irradiada pelo corpo em Watts



$$H = \sigma A e T^4$$

Constante de Stefan-Boltzmann:

$$\sigma = 5.6696 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

A é a área da superfície do corpo em m^2

e é uma constante chamada emissividade

T é a temperatura da superfície em kelvins

Modos de Transferência de Calor

Radiação

Definição

- ≡ A Radiação Térmica ou Irradiação é a transmissão de energia, sem que haja contato físico entre eles. Essa transmissão ocorre por meio dos denominados raios infravermelhos, que são ondas eletromagnéticas.
- ≡ Não necessita de meio material para ocorrer
- ≡ É mais eficiente quando ocorre no vácuo.

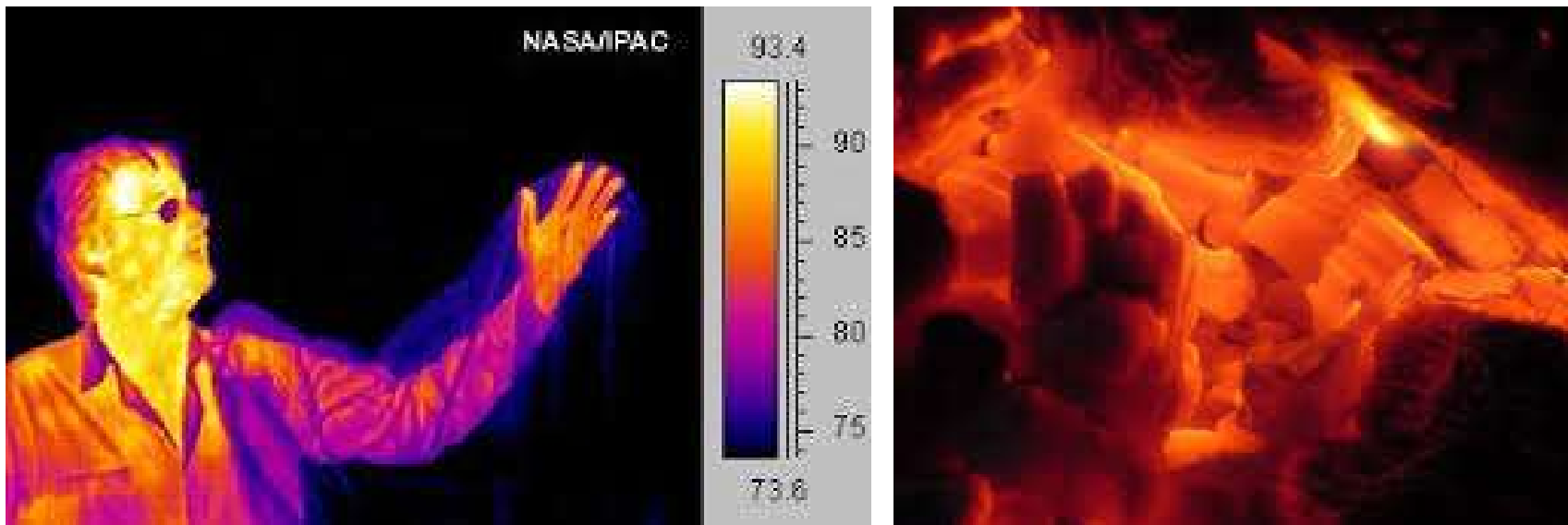
Aplicações (Exemplos)

- ≡ Garrafa Térmica
- ≡ Estufa de Plantas
- ≡ Previsões meteorológicas baseiam-se nas emissões de infra-vermelho provenientes da terra

Modos de Transferência de Calor

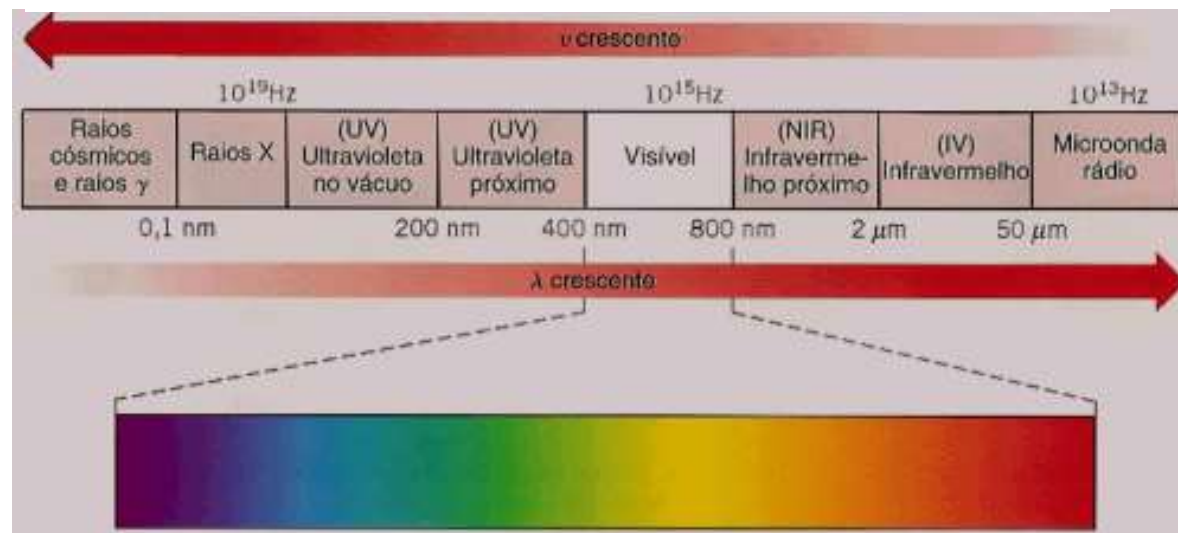
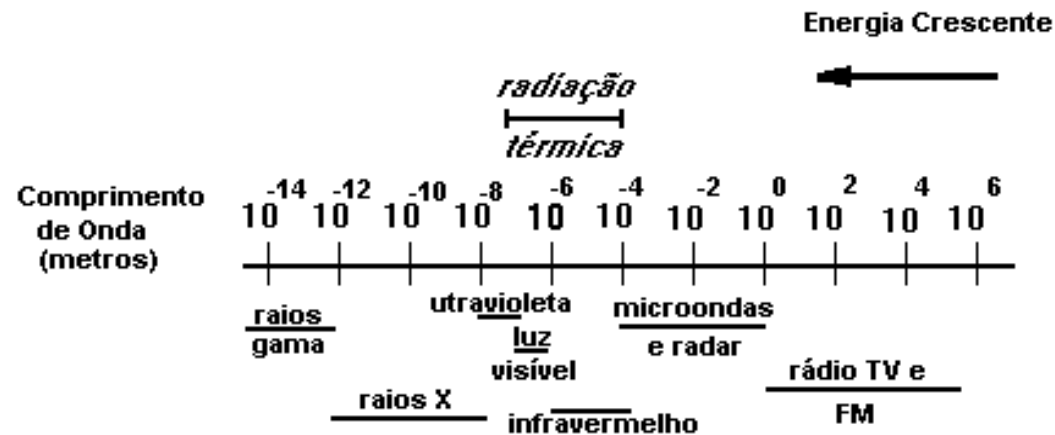
Radiação

≡ Toda a matéria que se encontra a uma temperatura acima do Zero Absoluto (0 K) irradia energia térmica.



Modos de Transferência de Calor

Radiação - Ondas eletromagnéticas



Modos de Transferência de Calor

Radiação - Fluxo de Calor na Radiação

Lei de Stefan-Boltzmann

$$E \text{ (corpo negro)} = \left(\frac{\dot{q}_{\text{rad}}}{A} \right)_{\text{máxima}} = \sigma \cdot T^4 \text{ (corpo negro)}$$

$$E = \left(\frac{\dot{q}_{\text{rad}}}{A} \right) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \text{ (corpos reais)}$$

E – Poder emissivo [W/m²];

ε – emissividade ($0 \leq \varepsilon \leq 1$);

σ – Constante de Stefan-Boltzmann [$5,7 \times 10^{-8}$ W/(m² K⁴)];

T – Temperatura absoluta do corpo (K).

Modos de Transferência de Calor

Radiação - Fluxo de Calor na Radiação

Para a troca de calor por radiação entre duas superfícies, uma dentro da outra, separadas por um gás que não interfere na transferência por radiação:

$$\left(\frac{\dot{q}_{\text{rad}}}{A} \right) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_{\text{Superfície}}^4 - T_{\text{vizinhança}}^4 \right)$$

$T_{\text{superfície}}$ – Temperatura absoluta da superfície menor, suposta mais quente;

$T_{\text{vizinhança}}$ – Temperatura absoluta da superfície maior, suposta mais fria.

Modos de Transferência de Calor

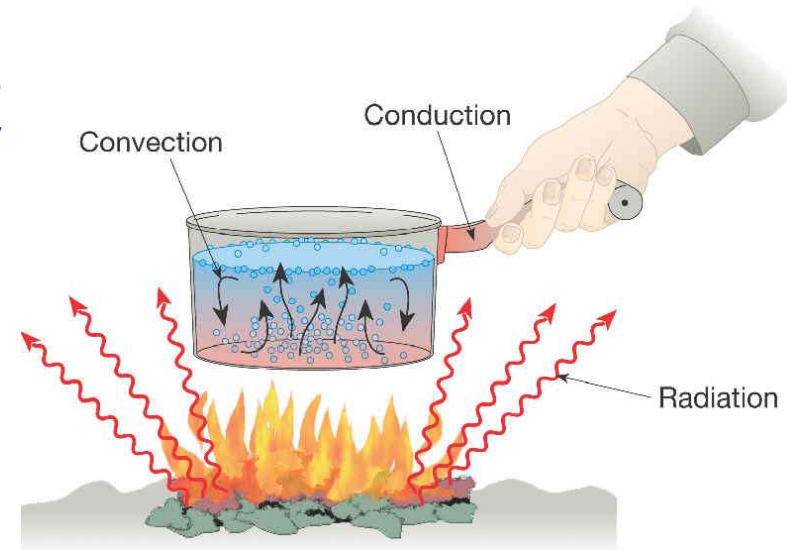
Processos Simultâneos

No estudo da transferência de calor, três modos distintos de transferência de calor são identificados:

Condução,

Convecção e

Radiação Térmica ou Irradiação.



Ainda que nunca apareçam isoladamente, serão tratadas aqui individualmente

Os diferentes mecanismos de troca térmica ocorrem simultaneamente nas mais diversas situações.



Estudo Dirigido Atividade em grupo (em sala)

Disserte acerca dos modos de transferência de calor e métodos para otimização de taxas dos equipamentos abaixo listados.





Baixa temperatura
Baixa pressão
Estado gasoso

→

Baixa temperatura
Baixa pressão
Estado líquido

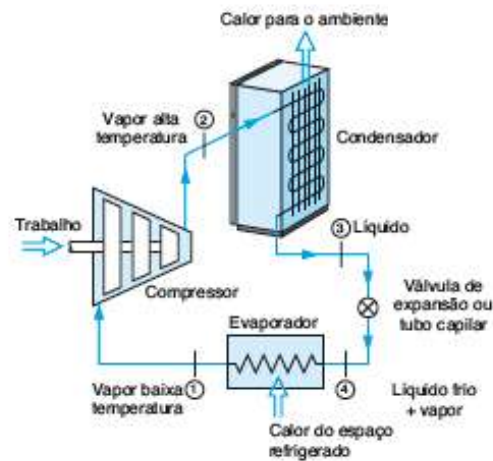
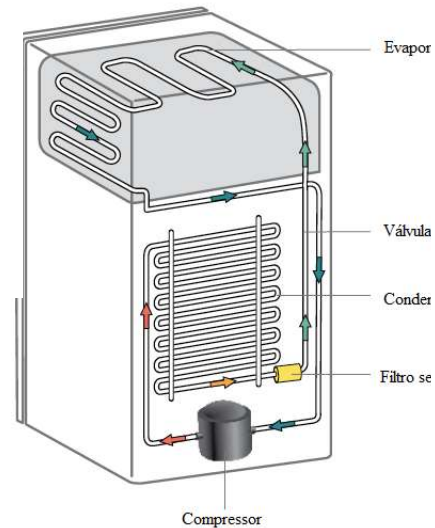


Figura 1.3
Esquema de um refrigerador.

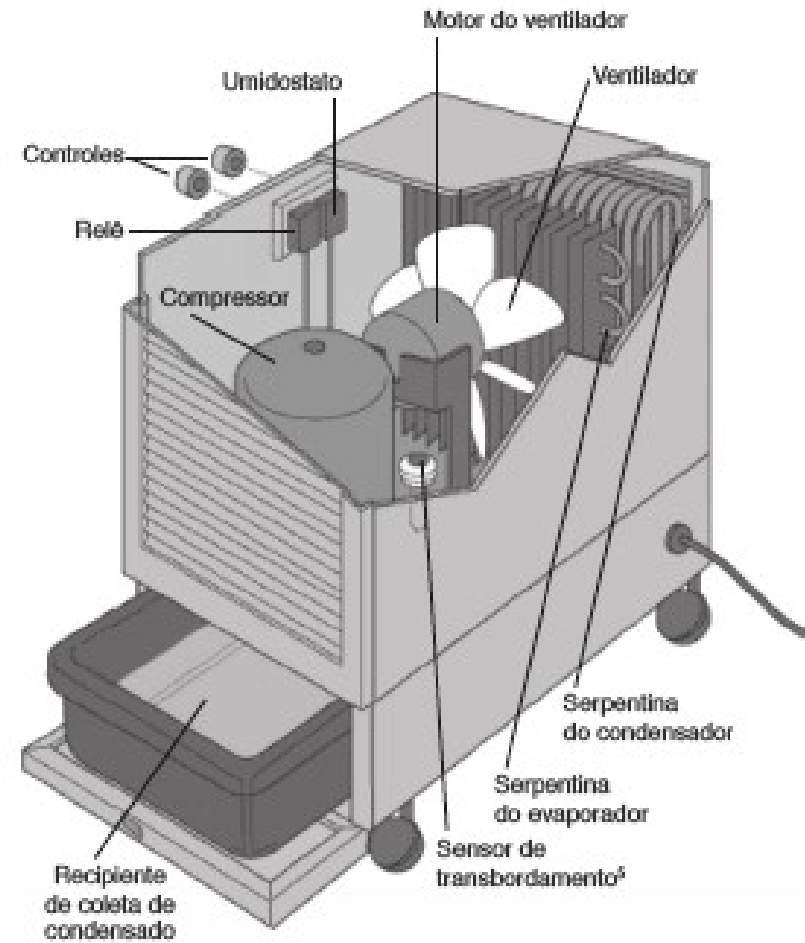


Figura 11.12
Uma unidade doméstica de desumidificação de ar.



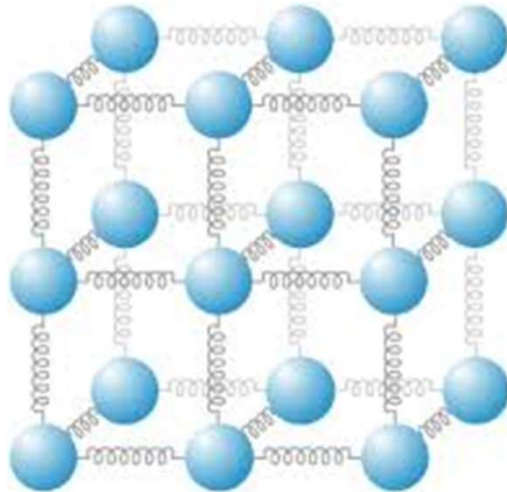


Aula 2 – Introdução à Condução

- ≡ A equação da taxa de Condução
- ≡ As Propriedades térmicas da matéria
- ≡ Difusão Térmica
- ≡ Condução Unidimensional em Regime Estacionário

Condução

A condução é um modo de transferência de calor devido à diferença (gradiente) de temperatura existente entre duas regiões distintas de uma substância. Ela é causada pelo movimento cinético (ou impacto) das moléculas adjacentes, no caso de um fluido, e pelo movimento de elétrons, no caso dos metais.



Em bons condutores de calor, uma nuvem de elétrons se move na rede; daí o fato de bons condutores de calor também serem, de modo geral, bons condutores de eletricidade.

A lei empírica de condução de calor, baseada em observações experimentais, foi descoberta por Felix Biot, mas é atribuída a Joseph-Baptiste Fourier, devido à publicação, em 1822, de seu famoso tratado "*Théorie Analytique de La Chaleur*". A lei de Fourier é

Figura 53 – condução de calor na rede cristalina de um sólido.

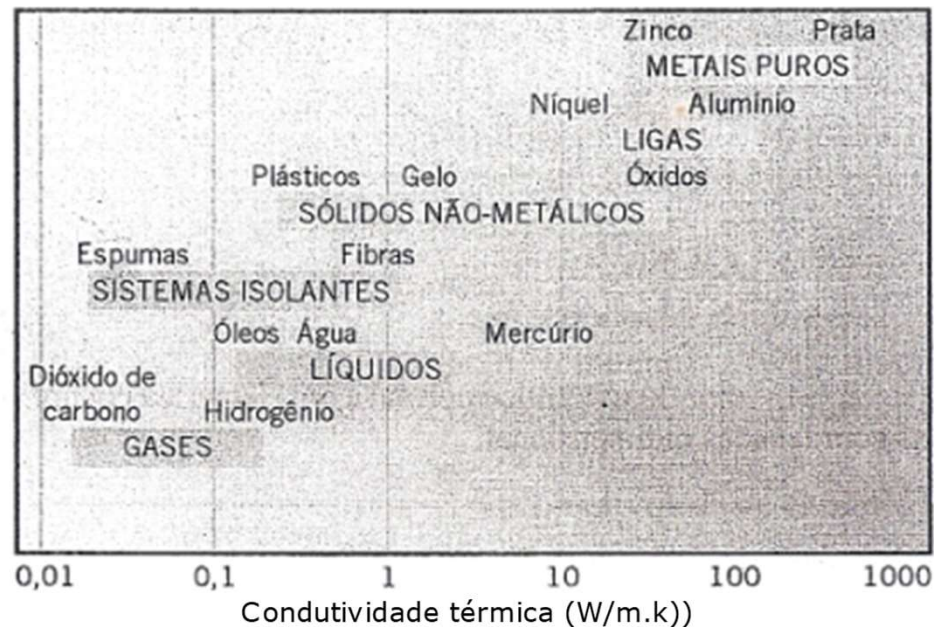
$$\dot{Q}_x = -\kappa A \frac{dT}{dx} \text{ (em W)} \quad (127a) \quad \text{ou} \quad \dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{A} = -\kappa \frac{dT}{dx} \text{ (em } \frac{W}{m^2}) \quad (127b)$$

onde \dot{Q}_x é a *taxa de calor* que "escoa" através da área A na direção positiva do eixo x e \dot{q}_x é denominado *fluxo de calor* na direção positiva do eixo x . A constante de proporcionalidade κ é chamada *condutividade térmica* do material e é sempre positiva.

Condução

Se a temperatura diminui na direção x , então $\frac{dT}{dx}$ é negativo; portanto, \dot{q}_x (ou Q_x) torna-se uma quantidade positiva por causa do sinal negativo nas equações (127). Consequentemente, o sinal menos é incluído nestas equações para garantir que \dot{q}_x seja sempre uma quantidade positiva enquanto o fluxo de calor ocorrer na direção positiva do eixo x .

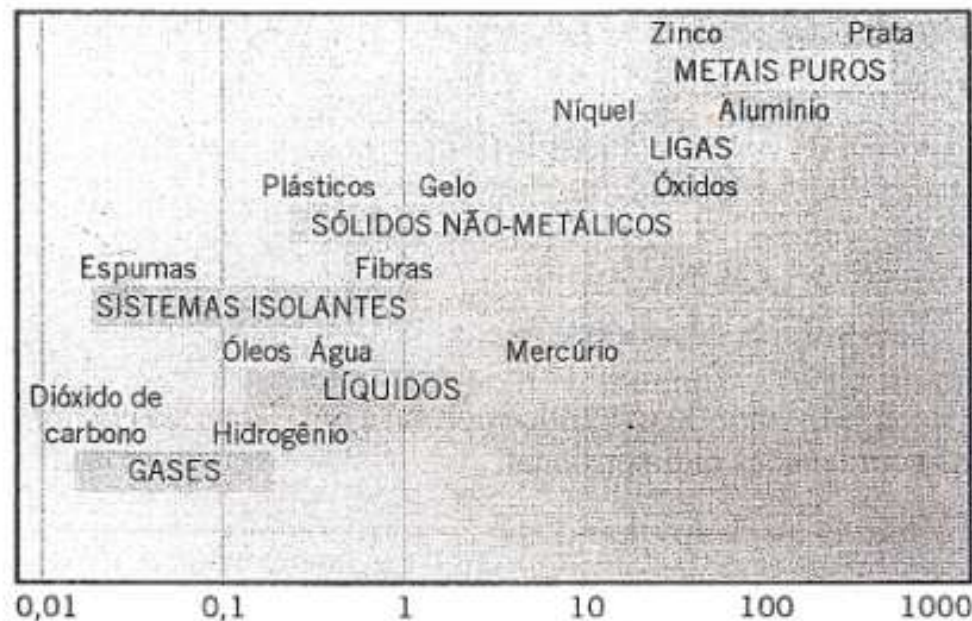
A condutividade térmica κ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$ ou $\text{J}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}\text{ s}^{-1}$) depende da natureza do material. Seu valor pode variar por um fator de até 10^4 entre gases e metais altamente condutores como ilustrado na figura abaixo.



Faixas da condutividade térmica de vários estados da matéria a temperaturas e pressões normais

Figura 54

Condução



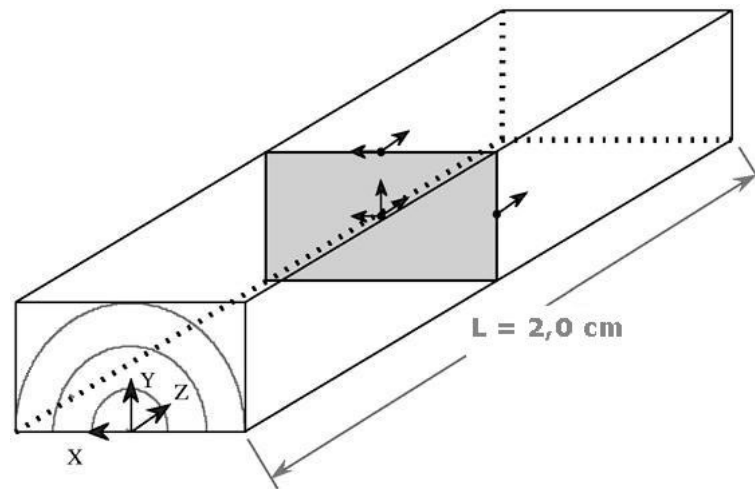
A condutividade térmica também varia com a temperatura. Para diversos materiais ela é desprezível em determinados intervalos de temperatura, o que não acontece com metais (bons condutores de calor).

A temperaturas muito baixas (criogênicas) a condutividade térmica, κ , dos metais varia substancialmente podendo atingir valores de 50 a 100 vezes menores do que a temperatura ambiente. A prata, o cobre, o alumínio e outros metais ilustram bem esse comportamento.



Exemplo Fluxo de Calor

Exemplo 46 – O fluxo de calor através de uma placa de madeira de espessura $L = 2,0$ cm para um gradiente de temperatura igual a $2,5^\circ\text{C}$ entre as superfícies interior e exterior é 150 W/m^2 . Calcule a condutividade térmica da madeira.



$$\dot{q} = \kappa \frac{\Delta T}{L} \Rightarrow 150 = \kappa \frac{2,5}{0,02} \quad k = 1,2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Equação da Condução Unidimensional

A distribuição de temperatura em sólidos pode ser determinada resolvendo a equação de condução sujeita a um conjunto de condições de contorno e iniciais. Considere um sólido cuja temperatura T varie tanto no tempo t como numa única direção, digamos, ao longo da coordenada x , $T = T(x,t)$.

Vemos aqui a coordenada retangular usual x , mas, em coordenadas cilíndricas ou esféricas, poderia ser a coordenada radial r ; portanto, a lei de Fourier torna-se

$$\dot{q}(x,t) = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) \quad (128)$$

Generalizando a dedução, consideremos que exista também uma fonte externa de calor dentro do meio onde ocorre a condução a uma taxa $g = g(x,t)$, em W/m^3 .

Na prática, tal fonte se deve, por exemplo, a:

- **Fissão nuclear**, como no caso dos elementos combustíveis nos reatores nucleares;
- Alguma **reação química** dentro do sólido;
- **Atenuação** de raios gama penetrando o corpo;
- Passagem de uma **corrente elétrica**.

Equação da Condução Unidimensional

Para obter a equação de condução de calor unidimensional, considere um elemento de volume com espessura Δx e área A , normal ao eixo de coordenadas x , como mostrado na figura 56. O balanço de energia para este elemento de volume pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccc}
 \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \text{Taxa} \\ \text{Líquida de} \\ \text{Calor} \\ \text{Ganho por} \\ \text{Condução} \\ \hline \end{array} & \oplus & \begin{array}{|c|} \hline \text{Taxa de} \\ \text{Geração} \\ \text{de Energia} \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|} \hline \text{Taxa de} \\ \text{Aumento} \\ \text{de Energia} \\ \text{Interna} \\ \hline \end{array} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 [Aq]_x - [Aq]_{x+\Delta x} + Ag\Delta x & = & \frac{A\rho c_p([T]_x - [T]_{x+\Delta x})\Delta x}{\Delta t}
 \end{array}$$

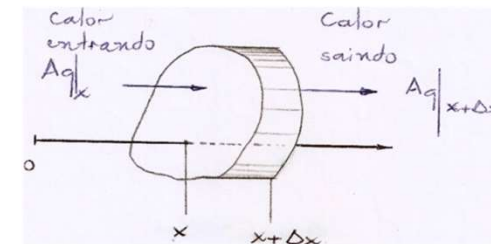
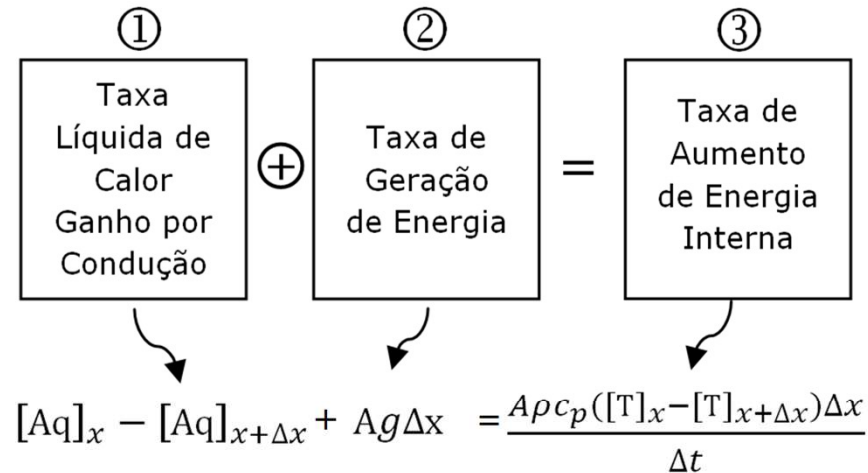


Figura 56

Será visto como cada termo (①, ② e ③) foi avaliado: Seja q o fluxo de calor, nas posições x e $x+\Delta x$, acompanhando a direção positiva do eixo x , através de seções transversais do elemento com a mesma área A . As respectivas taxas de calor que entram e saem através das seções podem ser escritas sob a forma $[A\dot{q}]_x$ e $[A\dot{q}]_{x+\Delta x}$

Equação da Condução Unidimensional



A quantidade líquida de calor “retida”, por condução, pelo elemento de volume será a diferença entre essas duas quantidades:

$$\textcircled{1} = [A\dot{q}]_x - [A\dot{q}]_{x+\Delta x} \quad (129a)$$

A taxa de geração no elemento de volume $A \cdot \Delta x$ é dada por

$$\textcircled{2} = A \cdot \Delta x \cdot g \quad (129b)$$

A taxa de aumento da energia interna do elemento de volume, como resultado da variação da temperatura com o tempo é dada por

$$\textcircled{3} = \frac{A\rho c_p ([T]_x - [T]_{x+\Delta x})\Delta x}{\Delta t} \quad (129c)$$

Equação da Condução Unidimensional

① Taxa Líquida de Calor Ganho por Condução

② Taxa de Geração de Energia

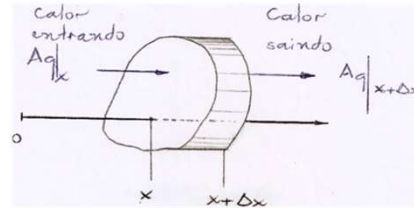
③ Taxa de Aumento de Energia Interna

$$[Aq]_x - [Aq]_{x+\Delta x} + Ag\Delta x = \frac{A\rho c_p([T]_x - [T]_{x+\Delta x})\Delta x}{\Delta t}$$

Observe que escolhemos C_p ao invés de C_v , pois os calores específicos à pressão e volume constantes são iguais para as fases condensadas (líquidos e sólidos). O fato de C_p ter sido escolhido está relacionado com a maior facilidade em medi-lo. Assim, em ③, identificamos as variáveis como:

- ρ é a massa específica do material (kg/m^3)
- \dot{q} é o fluxo de calor na direção x (W/m^2)
- C_p é o calor específico do material ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$)
- t é o tempo (s)
- $g = g(x,t)$ é a taxa de geração de energia por unidade de volume (W/m^3),

Equação da Condução Unidimensional



Quando (129a), (129b) e (129c) forem introduzidas na equação de balanço, obteremos

$$[A\dot{q}]_x - [A\dot{q}]_{x+\Delta x} + Ag\Delta x = \frac{A\rho c_p ([T]_x - [T]_{x+\Delta x})\Delta x}{\Delta t} \quad (130)$$

Dividindo os termos por Δx e tomando o limite quando todos tendem a zero, temos

$$\frac{[A\dot{q}]_x - [A\dot{q}]_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{A \cdot g \cdot \Delta x}{\Delta x} = \frac{A\rho c_p (T_x - T_{x+\Delta x})\Delta x}{\Delta t \cdot \Delta x} \quad (131)$$

$$\lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} \frac{\partial [A\dot{q}]}{\partial x} + A \cdot g = A\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}; \quad \dot{q} = k \frac{dT}{dx} \quad (132)$$

$$\frac{1}{A} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(Ak \frac{dT}{dx} \right) \right] + g = \rho c_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}, \text{ que é a Lei de Fourier} \quad (133)$$

Equação da Condução Unidimensional

Coordenadas Retangulares

•Coordenadas retangulares

Assumindo que a área A não varia com x (considerada constante e cancelada), a equação 133 torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + g(x, t) = \rho c_p \left[\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) \right] \quad (134)$$

que é a equação de condução unidimensional do calor, dependente do tempo, em *coordenadas retangulares*.

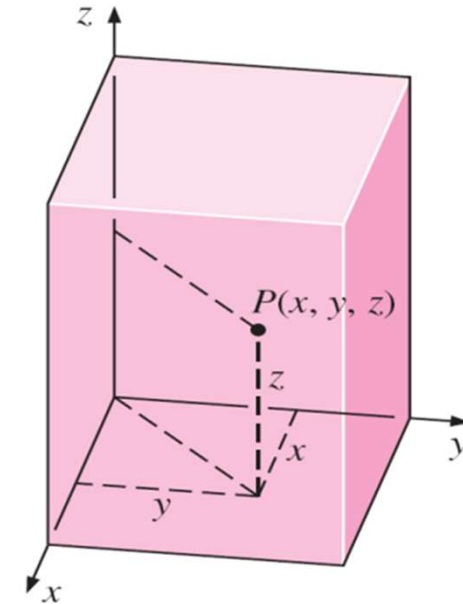


Figura 57a

Coordenadas
Retangulares

Equação da Condução Unidimensional

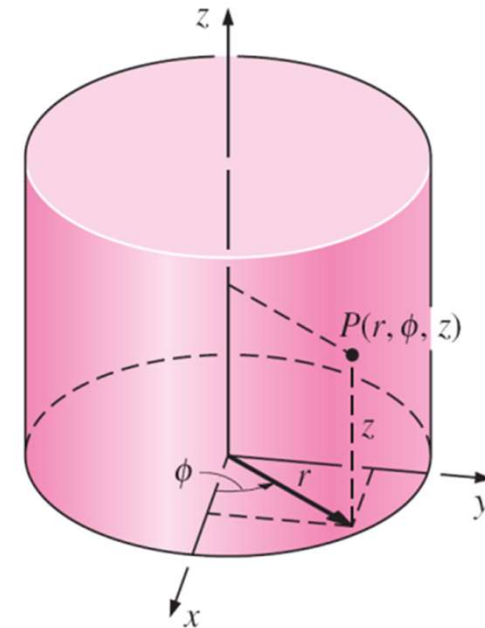
Coordenadas Cilíndricas

- **Coordenadas cilíndricas**

Em coordenadas cilíndricas é usual designar a variável radial por r (minúsculo) ao invés de x . A substituição de x por r em (148) e observando que a área A é proporcional a r fornece a equação de condução em *coordenadas cilíndricas*.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + g(r, t) = \rho c_p \left[\frac{\partial}{\partial t} T(r, t) \right] \quad (135)$$

Figura 57b
Coordenadas
Cilíndricas



Equação da Condução Unidimensional

Coordenadas Esféricas

- **Coordenadas esféricas**

Neste caso a área A é proporcional a r^2 . Assim

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + g(r, t) = \rho c_p \left[\frac{\partial}{\partial t} T(r, t) \right] \quad (136)$$

que é a equação de condução unidimensional do calor, em *coordenadas esféricas*.

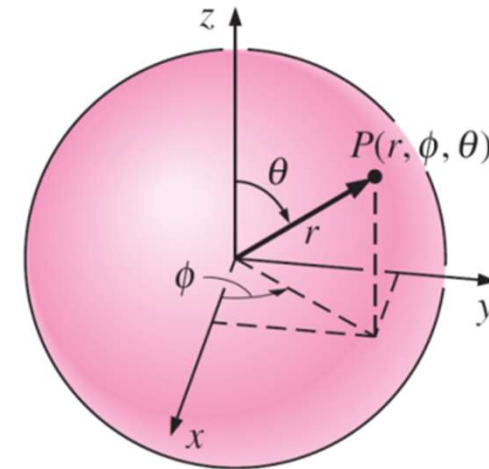


Figura 57c

Coordenadas
Esféricas

Equação da Condução Unidimensional

Equação Compacta

A equação compacta

$$\frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + g(r, t) = \rho c_p \left[\frac{\partial}{\partial t} T(r, t) \right] \quad (137)$$

n	Coordenadas
0	Retangulares
1	Cilíndricas
2	Esféricas

Em coordenadas retangulares deve-se substituir a variável r por x .

Podemos ainda reescrever (137) para incluir a *difusividade térmica* do material (α):

$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho c_p} \quad (\text{em m}^2/\text{s})$$



Exemplo

Condução Unidimensional em Regime Permanente

Exemplo 47 - Escreva a equação de condução unidimensional em regime permanente para um sólido que possua condutividade térmica k e taxa de geração de energia constante g_o (W/m^3) no meio para

(a) uma placa plana, (b) um cilindro, (c) uma esfera.

(a) Fazendo $n=0$ e $r \equiv x$ (b) Fazendo $n=1$ (c) Fazendo $n=2$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\kappa} g_o = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\kappa} g_o = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\kappa} g_o = 0$$

Difusividade Térmica

Difusividade Térmica

É instrutivo tentar entender o significado físico da difusividade térmica. As tabelas ao lado fornecem dados sobre a difusividade térmica para metais e não metais.

Quanto maior for a difusividade térmica, mais rápida será a propagação do calor no meio.

Considere, por exemplo, um meio semi-infinito que se estenda de $x = 0$ a $x \rightarrow \infty$ e se encontre inicialmente à temperatura $T_0 = 100$ °C.

De repente a temperatura na superfície em $x = 0$ é reduzida e mantida em 0 °C. A temperatura no interior do sólido variará continuamente com x e t .

Não metais	Temperatura	Difusividade em $(\alpha \times 10^6) \text{ m}^2/\text{s}$
Amianto	0	0,258
Tijolo	204	0,516
Granito	0	1,291
Gelo	0	1,187
Carvalho	29	0,160
Borracha		0,077

Metais	Temperatura	Difusividade em $(\alpha \times 10^6) \text{ m}^2/\text{s}$
Al	0	85,9
Cu	0	114,1
Fe	0	18,1
Fe (l)	20	17,0
Ag	0	170,4
Aço	0	12,4
Zn	0	41,3

Difusividade Térmica

Difusividade Térmica

A tabela abaixo mostra o tempo necessário para que a temperatura seja reduzida à metade (50 °C), na posição $x = 30$ cm da superfície, para diferentes difusividades térmicas.

Fica claro que quanto maior a difusividade térmica do material, menor será o tempo para o calor “penetrar” (se difundir) no sólido.

Material	Prata	Cobre	Aço	Vidro
$\alpha \times 10^6 (m^2 / s)$	170	103	12,9	0,59
Tempo	9'30''	16'30''	2h12'	2 dias

Condições Iniciais e de Contorno

Condições de contorno e condições iniciais são necessárias para a análise de qualquer problema de condução de calor. A condição inicial especifica a distribuição de temperaturas na origem da coordenada tempo, $t = 0$. As condições de contorno especificam a condição térmica nas superfícies que delimitam a região.



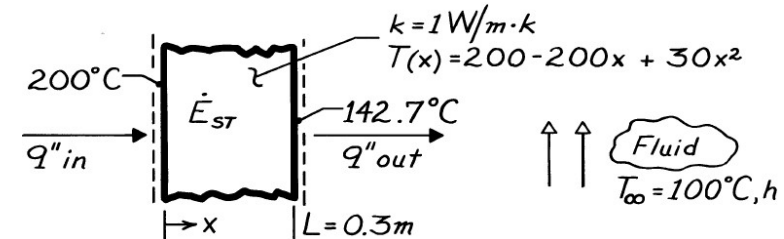
Exemplo

Condução Unidimensional em Regime Permanente

Condutividade Térmica constante

Em um certo instante de tempo, a distribuição de temperaturas em uma parede com 0,3m de espessura é $T(x)=a+bx+cx^2$, onde T está em °C e x em metros, $a=200^\circ\text{C}$, $b=-200^\circ\text{C}/\text{m}$ e $c=30^\circ\text{C}/\text{m}^2$. A parede possui uma condutividade térmica de $1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Com base em uma superfície unitária, determine:

O fluxo de calor para dentro e para fora da parede, bem como a energia acumulada no interior da parede.



$$q''_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} = (200 - 60x) \cdot k$$

$$q''_{in} = q''_{x=0} = 200 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} \times 1 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} = 200 \text{ W}/\text{m}^2$$

$$q''_{out} = q''_{x=L} = (200 - 60 \times 0.3)^\circ\text{C}/\text{m} \times 1 \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K} = 182 \text{ W}/\text{m}^2.$$

$$\dot{E}''_{in} - \dot{E}''_{out} = \dot{E}''_{st}$$

$$\dot{E}''_{st} = q''_{in} - q''_{out} = 18 \text{ W}/\text{m}^2.$$



Importante! Lista de Exercícios

Como reforço do aprendizado do conteúdo apresentado em sala de aula, são sugeridos os exercícios dispostos na lista abaixo. Bom estudo!

Exercícios Incropera – 6ed									
Condução	1.1	1.5	1.7	1.9	1.11				
Lei de Fourier	2.4	2.7	2.10	2.12					
Propriedades Termofísicas	2.14	2.16	2.17						
A Equação do Calor	2.22	2.23	2.24	2.37					

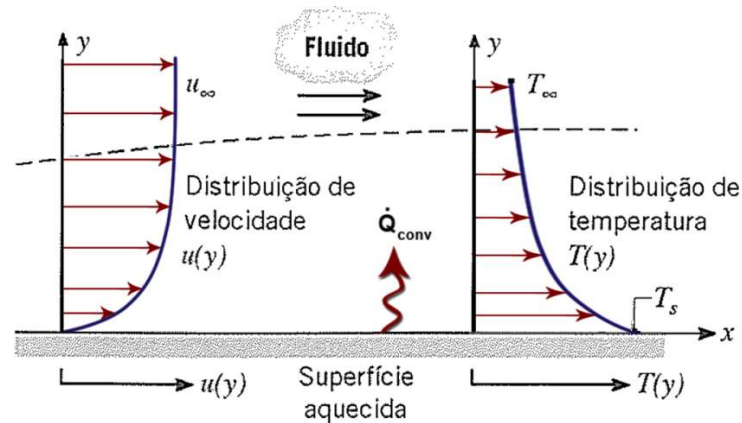
Aula 3 – Introdução à Convecção e Processos Combinados

- ≡ Lei de Resfriamento de Newton
- ≡ Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente

Convecção

Quando um fluido escoia sobre uma superfície sólida ou dentro de um canal a diferentes temperaturas, ocorre transferência de calor entre o fluido e o sólido como consequência do movimento do fluido em relação à superfície. Este mecanismo de transferência na interface fluido-sólido é denominado **convecção**.

Se o movimento se deve à diferença de massas específicas no seio do fluido, diz-se que há uma **convecção natural** ou **convecção livre**. Se o movimento do fluido for induzido por algum dispositivo como uma bomba hidráulica ou ventilador, diz-se que há uma **convecção forçada**.



Convecção

Lei de Resfriamento de Newton

$$\dot{Q}_{conv} = Ah(T_s - T_{\infty})$$

- ≡ h é denominado *coeficiente de troca de calor por convecção* ou *coeficiente de película*, e sua unidade no sistema internacional é $W/(m^2.K)$.
- ≡ A é a área superficial ou de contato entre a peça e o meio fluido
- ≡ T_{∞} é a temperatura da corrente livre (fluido longe da interface)
- ≡ T_s é a temperatura da superfície.

Convecção

VALORES TÍPICOS DE H

Convecção	kW/(m².K)
Natural, ar	0,006 - 0,035
Forçada, ar	0,028 - 0,851
Natural, água	0,170 - 1,14
Forçada, água	0,570 - 22,7
da água em ebulição	5,70 - 85
do vapor em condensação	57 - 170
Forçada, sódio	113 - 227
do filme de condensação em tubos verticais, água	4 000-11 000



Exemplo

Coeficiente de transferência de calor por Convecção

Exemplo 48 – O fluxo de dissipação de calor de uma placa elétrica aquecida é 8.000W/m^2 no ar ambiente a $T_\infty = 25\text{ }^\circ\text{C}$. Se a superfície da placa estiver a $T_f = 125\text{ }^\circ\text{C}$, determine o coeficiente de película entre a placa e o ar.

O calor está sendo transferido da placa para o fluido:

$$\dot{q} = h(T_\infty - T_f) \Rightarrow 8\,000 = h(125 - 25) \Rightarrow h = 80\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$



Exemplo

Coeficiente de transferência de calor por Convecção

Exemplo 49 – Um fluido a 30 °C, cujo coeficiente de película é igual a 50 W/(m².K), molha a superfície de uma placa de alumínio de 15 cm de espessura e 0,08 m² de área transversal. Sabendo que a temperatura da face direta do conjunto é igual a 135 °C, determine o calor trocado pelo sistema e a temperatura máxima da placa. Considere o k da placa igual a 237 W/(m².K).

$$\dot{Q} = 50 \times 0,08 \times (135 - 30) = 420 \text{ W}$$

(O sinal positivo indica apenas que a energia transferida ao fluido provém da placa)

$$T_E = T_D + \frac{\dot{q} \cdot \Delta x}{\kappa \cdot A} = 135 - \frac{420 \times 0,15}{237 \times 0,08} = 131,7^\circ\text{C}$$



Exemplo

Taxa de transferência de Calor

Exemplo 50 – Ar quente a $T_\infty = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ escoia sobre uma placa mantida a $T_s = 50 \text{ }^\circ\text{C}$, O coeficiente de convecção forçada é $h = 75 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. Calcule a taxa de transferência de calor para a placa através da área $A = 2\text{m}^2$.

$$\dot{q} = h(T_\infty - T_s) = 75(150 - 50) \Rightarrow \dot{Q} = \dot{q}A = (7\ 500) \cdot (2) = 15 \text{ kW}$$



Exemplo

Taxa de transferência de Calor

Exemplo 51 – Um fluido a 10 °C escoia sobre uma tubulação de 2 m de comprimento e 2,5 cm de diâmetro, cuja superfície é mantida a 100 °C. Se o coeficiente de película entre a tubulação e o ar for igual a 300 W/(m².K), qual será a taxa de transferência de calor entre a placa e o ar.

$$\dot{Q} = hA\Delta T = 300 (\pi \times 0,025 \times 2)(100 - 10) \cong 4,24 \text{ kW}$$



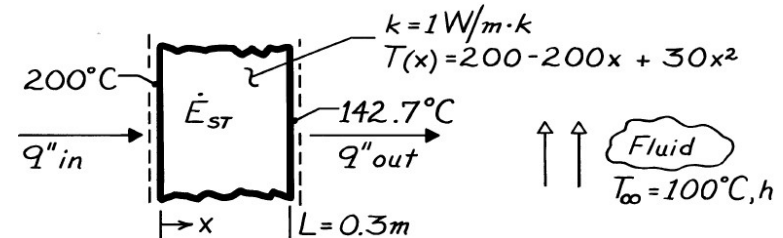
Exemplo

Coeficiente de transferência de calor por Convecção

Em um certo instante de tempo, a distribuição de temperaturas em uma parede com 0,3m de espessura é $T(x)=a+bx+cx^2$, onde T está em °C e x em metros, $a=200^\circ\text{C}$, $b=-200^\circ\text{C}/\text{m}$ e $c=30^\circ\text{C}/\text{m}^2$. A parede possui uma condutividade térmica de $1\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Com base em uma superfície unitária, determine:

O fluxo de calor para dentro e para fora da parede, bem como a energia acumulada no interior da parede.

Se a superfície fria estiver exposta a um fluido a 100°C , qual é o coeficiente de transferência de calor por convecção?



$$q''_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} = (200 - 60x) \cdot k$$

$$q''_{in} = q''_{x=0} = 200 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} \times 1 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} = 200 \text{ W}/\text{m}^2$$

$$q''_{out} = q''_{x=L} = (200 - 60 \times 0.3)^\circ\text{C}/\text{m} \times 1 \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K} = 182 \text{ W}/\text{m}^2.$$

$$\dot{E}''_{in} - \dot{E}''_{out} = \dot{E}''_{st}$$

$$\dot{E}''_{st} = q''_{in} - q''_{out} = 18 \text{ W}/\text{m}^2.$$

$$q''_{out} = h[T(L) - T_\infty]$$

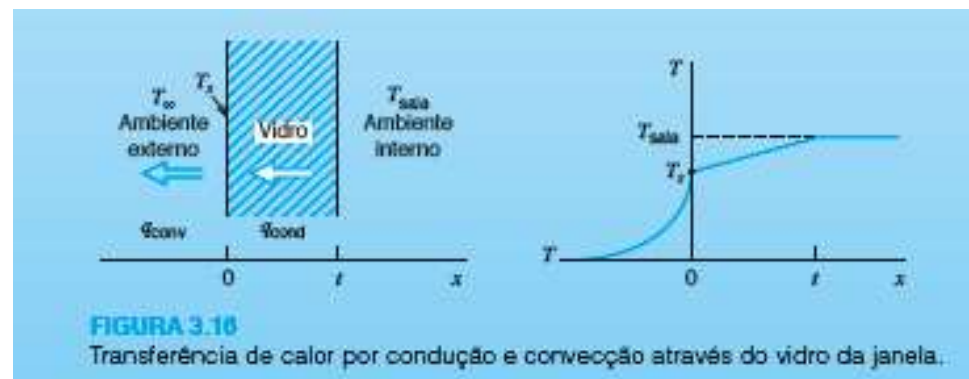
$$h = \frac{q''_{out}}{T(L) - T_\infty} = \frac{182 \text{ W}/\text{m}^2}{(142.7 - 100)^\circ\text{C}}$$

$$h = 4.3 \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}.$$



Exemplo Transferência de Calor

Considere a transferência de calor, em regime permanente, de uma sala a 20°C para o ambiente externo, que se encontra a -10°C , através da janela esboçada na Figura abaixo. A variação de temperatura com a distância, medida a partir da superfície externa do vidro, também está mostrada na figura. Observe que existe uma transferência de calor por convecção na superfície externa do vidro e que a temperatura na superfície interna do vidro é igual àquela no ambiente interno (simplificação). A espessura do vidro é 5mm ($k=1,4\text{W/mK}$) e a área da janela é igual a $0,5\text{m}^2$. O vento provoca um coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície externa do vidro a $100\text{W/m}^2\text{K}$. Sabendo que a temperatura na face externa da janela é igual a $12,1^{\circ}\text{C}$, determine a taxa de transferência de calor no vidro e taxa de transferência de calor para o ambiente externo por convecção na janela.





Exemplo Transferência de Calor

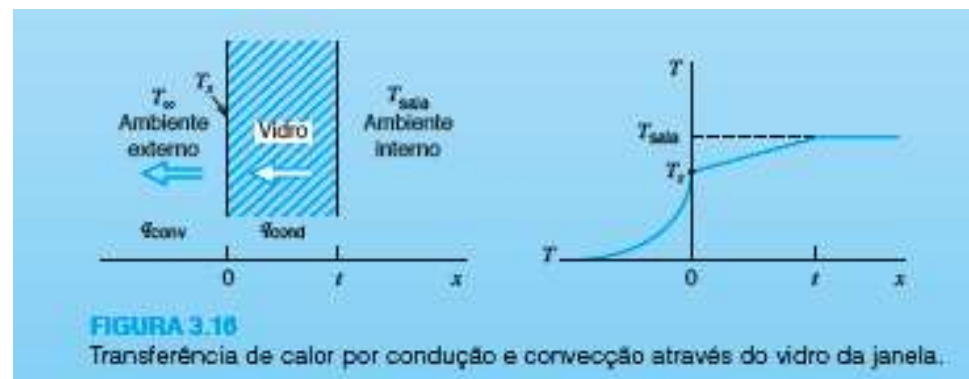
A taxa de transferência de calor no vidro é

$$\dot{Q} = -kA \frac{dT}{dx} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} = -1,4 \times 0,5 \frac{20 - 12,1}{0,005} = -1106 \text{ W}$$

O sinal negativo indica que a energia está sendo transferida da sala para o ambiente externo. A transferência da calor por convecção para o ambiente externo é

$$\dot{Q} = hA \Delta T = 100 \times 0,5 [12,1 - (-10)] = 1105 \text{ W}$$

O sentido da transferência de calor é da região com temperatura mais alta para a região com temperatura mais baixa, ou seja, do vidro para o ambiente externo.



Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente

• Placa Plana

Considere a placa plana de espessura L ilustrada na figura 59 ao lado. A placa é larga nas direções y e z (quando comparadas à sua espessura L) o suficiente para garantir que as variações de temperatura nessas direções sejam desprezíveis, em relação às que ocorrem na direção x .

Supondo que *a temperatura no interior do sólido não varia com o tempo*, a distribuição de temperaturas $T(x)$, dentro do corpo, será governada pela equação unidimensional de condução de calor, em regime permanente, em coordenadas retangulares.

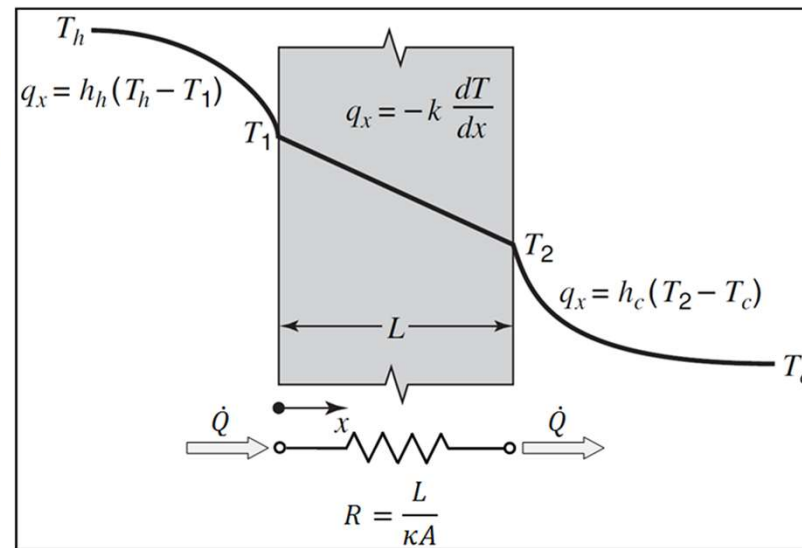
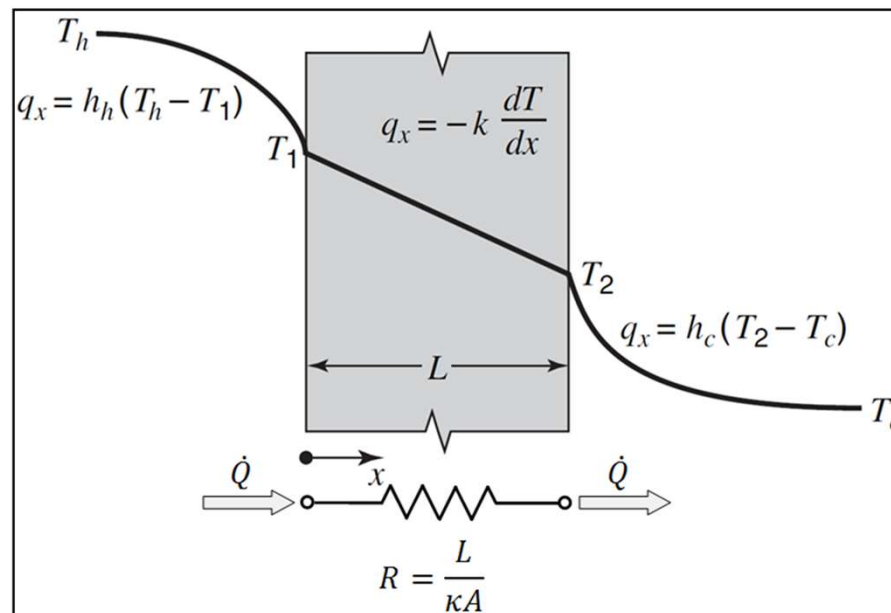


Figura 59 – Transferência de calor através de uma parede plana: distribuição de temperaturas e circuito térmico equivalente.

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente

• Placa Plana



No caso de condutividade térmica κ constante, com geração de energia a uma taxa $g(x)$ (em W/m^3), a equação (134) torna-se

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\kappa} g(x) = 0, \quad (\text{válida no domínio } 0 < x < L) \quad (139)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente com Geração Interna

- Placa Plana

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\kappa} g(x) = 0, \quad (\text{válida no domínio } 0 < x < L) \quad (139)$$

Uma vez determinada a distribuição de temperaturas, o fluxo de calor $q(x)$ em qualquer ponto da placa poderá ser obtido a partir da própria definição, isto é,

$$\dot{q}(x) = -\kappa \frac{dT(x)}{dx} \left(\text{em } \frac{W}{m^2} \right) \quad (127b)$$

Para resolver (139), supomos $g(x) = g_0 = \text{constante}$:

$$\frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} = -\frac{g_0}{\kappa} \quad (140)$$

Integrando consecutivamente, chegamos a

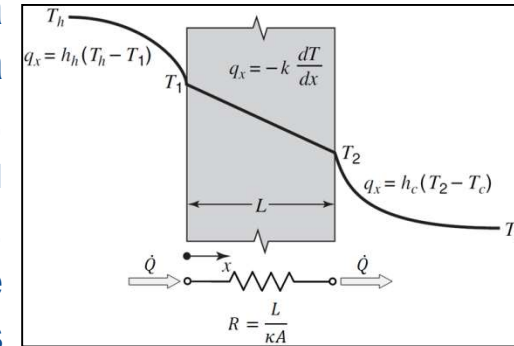
$$\frac{dT(x)}{dx} = -\frac{g_0}{\kappa} x + \mathbb{C}_1 \quad (141) \quad \text{e} \quad T(x) = -\frac{g_0}{2\kappa} x^2 + \mathbb{C}_1 x + \mathbb{C}_2 \quad (142)$$

Onde \mathbb{C}_1 e \mathbb{C}_2 são constantes de integração a serem determinadas a partir das condições no contorno, que definem geometricamente a placa (no caso, a região $0 < x < L$).



Exemplo Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Condução

Exemplo 52 – Considere a placa plana mostrada na figura. As superfícies de contorno são mantidas a temperaturas distintas, T_1 e T_2 , em $x=0$ e em $x=L$, respectivamente. Não há geração de energia no seu interior e a condutividade térmica κ é constante. Desenvolva a expressão para a distribuição de temperaturas $T(x)$ na placa e para a taxa de calor através da área A da placa.



A formulação matemática deste problema de condução do calor é dada por

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} = 0 \text{ para } 0 < x < L \quad \text{com} \quad \begin{cases} T(x) = T_1 \text{ em } x = 0 \\ T(x) = T_2 \text{ em } x = L \end{cases}$$

A integração da eq. diferencial acima nos leva a

$$T(x) = C_1x + C_2$$

A aplicação das condições de contorno em $x=0$ e $x=L$ nos conduz, respectivamente,

$$C_2 = T_1 \quad \text{e} \quad C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Introduzindo estas constantes na expressão para $T(x)$, encontramos a distribuição de temperatura:

$$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{L}\right)x + T_1$$



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Condução

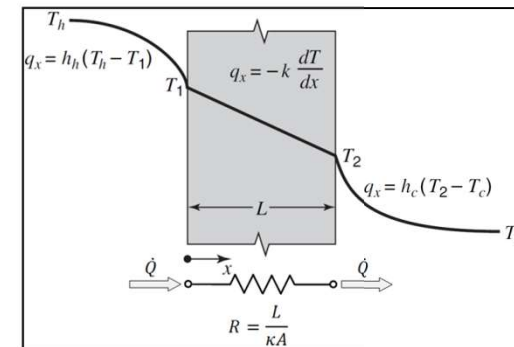
Introduzindo estas constantes na expressão para $T(x)$, encontramos a distribuição de temperatura:

$$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) x + T_1$$

Este resultado representa a condução de calor unidimensional em regime permanente através de uma placa plana de condutividade térmica κ constante sem geração de energia (fonte). Concluimos que, nestas condições, o perfil (distribuição) de temperaturas varia linearmente com x .

Como vimos, o fluxo de calor \dot{q} através da placa é determinado através da diferenciação de $T(x)$ (com relação x). Utilizando a definição de fluxo de calor, dado pela equação (83), encontramos

$$\dot{q} = \kappa \frac{T_1 - T_2}{L} \left(\text{em } \frac{W}{m^2} \right)$$

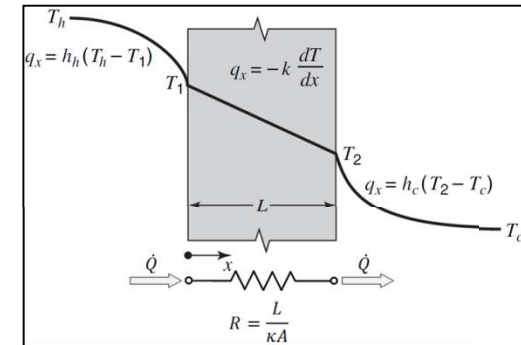




Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Condução

$$\dot{q} = \kappa \frac{T_1 - T_2}{L} \left(\text{em } \frac{W}{m^2} \right)$$

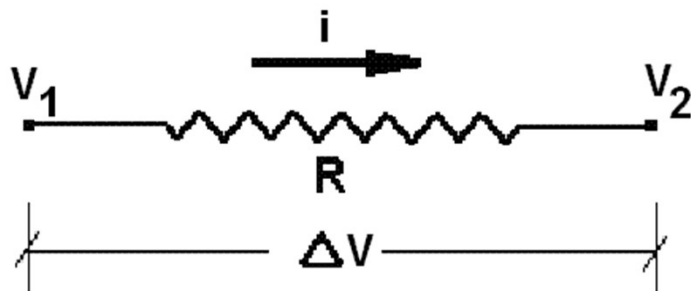


Quando $T_1 > T_2$ o termo à direita for positivo, a taxa de calor \dot{Q} , normal à superfície da placa, será

$$\dot{Q} = A\dot{q} = A\kappa \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad (\text{em } W) \quad R = \frac{L}{A\kappa}$$

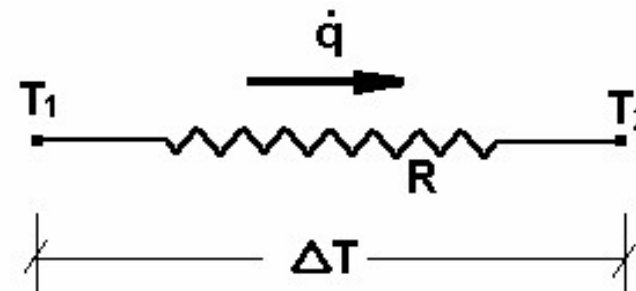
Onde R é denominada *resistência térmica da placa* para o fluxo de calor através da área A devido à diferença (potencial) de temperaturas $T_1 - T_2$. O conceito é análogo ao de resistência elétrica definido pela lei de Ohm e ilustrado na própria figura 59.

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Resistência Térmica



Condução

$$\dot{q} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = \frac{\Delta T}{\frac{L}{k \cdot A}}$$



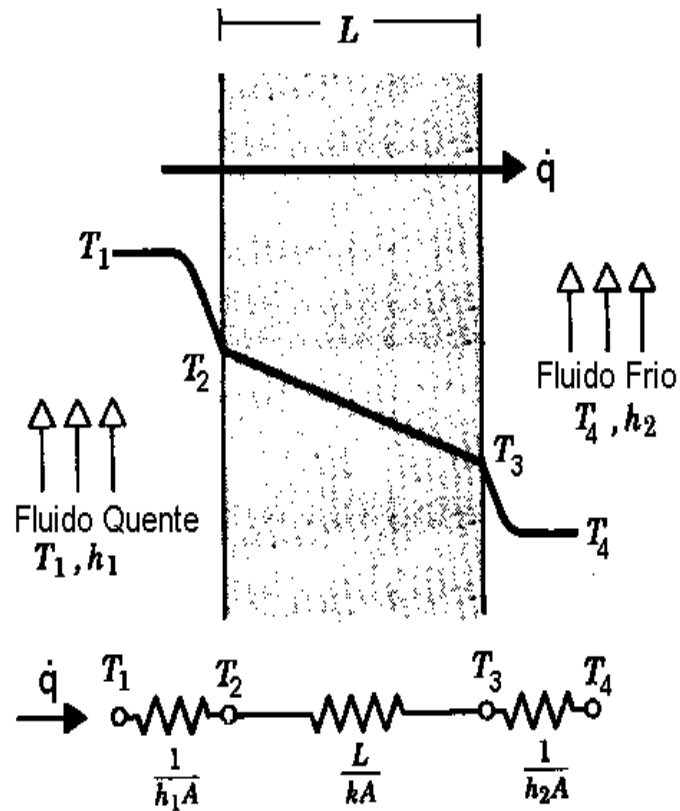
Convecção

$$\dot{q} = h \cdot A \cdot \Delta T = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h \cdot A}}$$

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{onde, } \Delta T \text{ é o potencial térmico e}$$

R é a resistência a térmica do sistema

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Resistência Térmica (Resumo)



$$(T_1 - T_2) = \frac{\dot{q}}{h_1 \cdot A}$$

$$(T_2 - T_3) = \frac{\dot{q} \cdot L}{k \cdot A}$$

$$(T_3 - T_4) = \frac{\dot{q}}{h_2 \cdot A}$$

$$T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 = \dot{q} \cdot \left(\frac{1}{h_1 \cdot A} + \frac{L}{k \cdot A} + \frac{1}{h_2 \cdot A} \right)$$

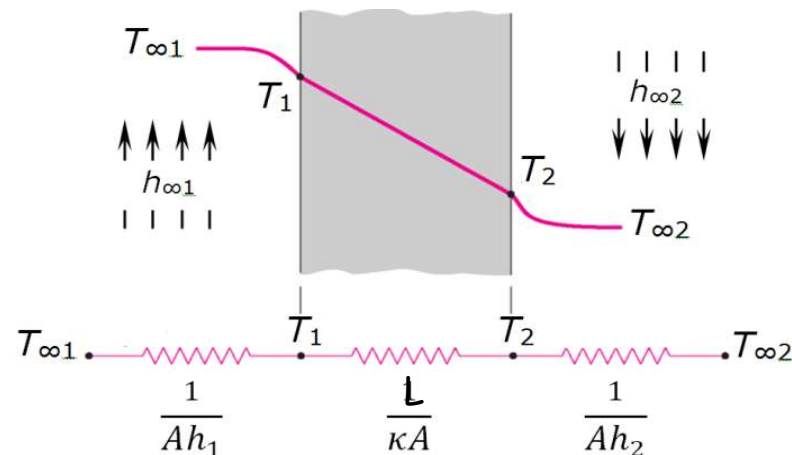
$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{\frac{1}{h_1 \cdot A} + \frac{L}{k \cdot A} + \frac{1}{h_2 \cdot A}} = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow \dot{q} = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t}$$



Exemplo Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

Exemplo 53 – Considere a placa plana de espessura L ilustrada na figura 60. Um fluido à temperatura $T_{\infty 1}$, com coeficiente de película igual a h_1 , escoia sobre a superfície em $x=0$ e outro fluido, à temperatura $T_{\infty 2}$, com coeficiente de película h_2 escoia sobre a superfície em $x=L$ da placa.

Desenvolva a expressão para a taxa de calor através da área A e calcule seu valor, supondo que a área da placa é $A = 1 \text{ m}^2$ e que $T_{\infty 1} = 130^\circ\text{C}$, $T_{\infty 2} = 30^\circ\text{C}$, $h_{\infty 1} = 250 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, $h_{\infty 2} = 500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, $L = 4 \text{ cm}$ e $\kappa = 20 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$.



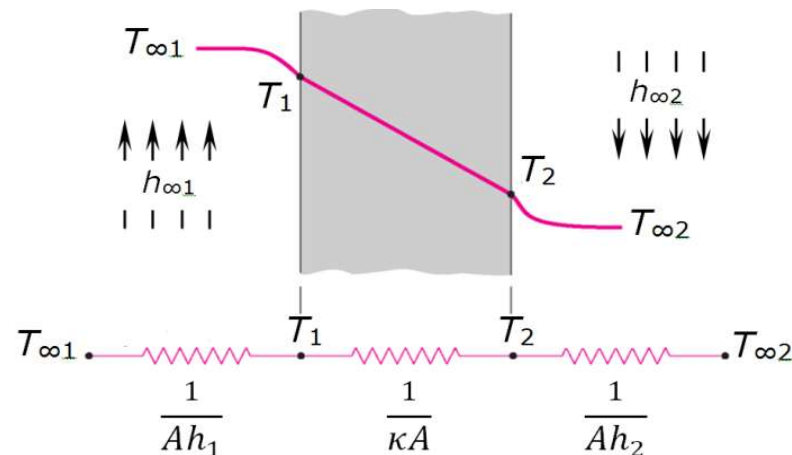


Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

Como *não há geração de calor* e apenas o fluxo de calor é pedido, seria mais conveniente utilizar o conceito de resistência térmica na resolução. Assim podemos escrever

$$\dot{Q} = Ah_1(T_{\infty 1} - T_1) = Ak \frac{T_1 - T_2}{L} = Ah_2(T_2 - T_{\infty 2})$$





Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

$$\dot{Q} = Ah_1(T_{\infty 1} - T_1) = Ak \frac{T_1 - T_2}{L} = Ah_2(T_2 - T_{\infty 2})$$

Este resultado pode ser escrito na forma

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{\frac{1}{Ah_1}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{Ak}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{\frac{1}{Ah_2}}$$

que é análoga à lei de Ohm, com cada termo no denominador representando a resistência ao fluxo de calor de cada camada particular.

Através da soma dos numeradores e denominadores desta igualdade, obtemos:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{Ah_1} + \frac{L}{Ak} + \frac{1}{Ah_2}}$$



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{Ah_1} + \frac{L}{Ak} + \frac{1}{Ah_2}}$$

A taxa de transferência de calor \dot{Q} através da área da placa pode ser calculada a partir desta expressão, já que todas as quantidades do lado direito são conhecidas. O resultado pode ser escrito de forma compacta, ou seja:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}}$$

onde a resistência térmica total ao fluxo de calor R_{total} é definida por

$$R_{total} = \frac{1}{Ah_1} + \frac{L}{Ak} + \frac{1}{Ah_2}$$



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

R_{total} é definida por

$$R_{total} = \frac{1}{Ah_1} + \frac{L}{Ak} + \frac{1}{Ah_2}$$

Numericamente, a partir dos dados, obtemos

$$R_{total} = \frac{1}{1 \times 250} + \frac{0,04}{1 \times 20} + \frac{1}{1 \times 500} = 8 \times 10^{-3}$$

$$\dot{Q} = \frac{130 - 30}{8 \times 10^{-3}} = 12\,500 \text{ W ou } 12,5 \text{ kW}$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Meio Composto

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente

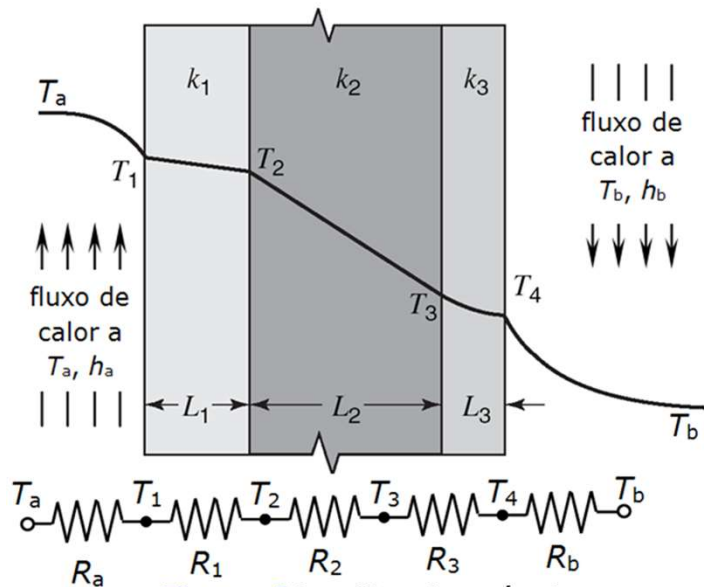


Figura 61 - Circuito térmico

equivalente a uma parede composta

• Meio composto

Em muitas aplicações de engenharia a transferência de calor se dá num meio composto por diversas camadas de diferentes materiais.

• Placas compostas

Considere a parede de área A ilustrada na figura 61, composta por três camadas paralelas, em perfeito contato térmico, através das quais o calor flui à taxa Q .

Se aplicarmos o conceito de resistência

térmica (as equivalentes são também mostradas junto à figura 60), obteremos:

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_1}{R_a} = \frac{T_1 - T_2}{R_1} = \frac{T_2 - T_3}{R_2} = \frac{T_3 - T_4}{R_3} = \frac{T_4 - T_b}{R_b} \quad (143)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Meio Composto

Convecção

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente

• Placas compostas

Resistência Térmica Equivalente:

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_1}{R_a} = \frac{T_1 - T_2}{R_1} = \frac{T_2 - T_3}{R_2} = \frac{T_3 - T_4}{R_3} = \frac{T_4 - T_b}{R_b} \quad (143)$$

As várias resistências térmicas são definidas como:

$$R_a = \frac{1}{Ah_a}, \quad R_1 = \frac{L_1}{A\kappa_1}, \quad R_2 = \frac{L_2}{A\kappa_2}, \quad R_3 = \frac{L_3}{A\kappa_3}, \quad R_b = \frac{1}{Ah_b} \quad (144)$$

Somando os numeradores e denominadores individuais em (143), obtemos

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_b}{R} \text{ (em W)} \quad (145)$$

onde $R = R_a + R_1 + R_2 + R_3 + R_b$ é a resistência total do caminho a ser percorrido pelo fluxo de calor através da área A , de T_a até T_b .

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Meio Composto

Convecção

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente

• Meio composto

Se o meio composto fosse constituído por caminhos paralelos, como ilustrado na

figura 62 a, então o equivalente térmico (figura 62 b) seria igual a,

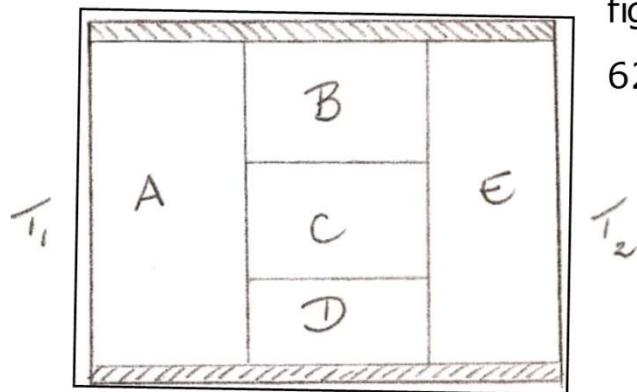


Figura 62a - Parede composta

$$R_{\text{total}} = R_A + R_{\text{eq}} + R_E \quad (146)$$

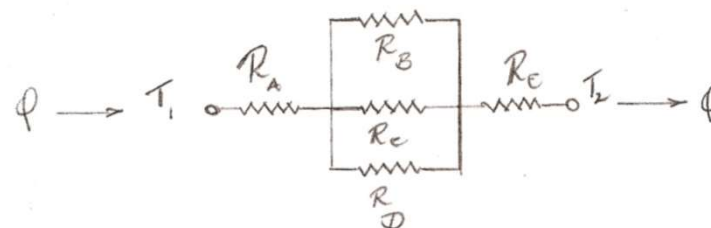


Figura 62b - Circuito térmico equivalente

Onde R_{eq} é a resistência equivalente:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \left[\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} \right] \quad (147)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Meio Composto

Convecção

Condução de Calor Unidimensional em Regime Permanente ? Meio composto

Resistência equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left[\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_D} \right] \quad (147)$$

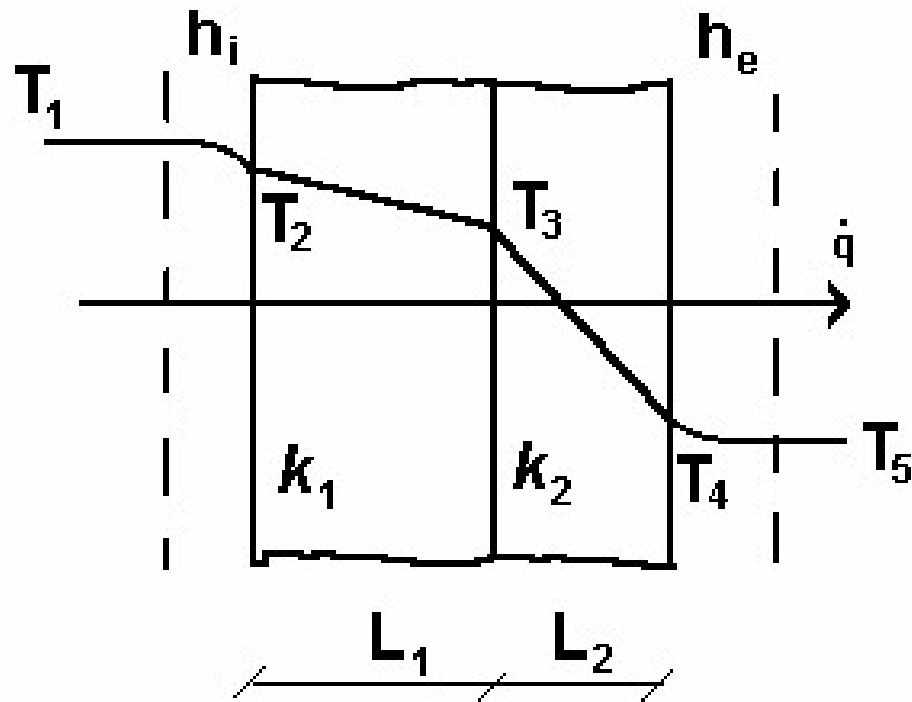
Como em um circuito elétrico de resistência ôhmica em paralelo; e, finalmente

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_b}{R_{total}} \quad (148)$$

A generalização para paredes formadas por n camadas de materiais dispostas em série e/ou paralelo é óbvia, isto é,

$$\text{Série: } R_{eq} = \sum_i R_i \quad (149) \quad \text{Paralelo: } \frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad (150)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Resistência Térmica (Resumo)



$$\dot{q} = \frac{(\Delta T)_{\text{total}}}{R_t} = \frac{T_1 - T_5}{R_i + R_{\text{ref}} + R_{\text{iso}} + R_e} = \frac{T_1 - T_5}{\frac{1}{h_i \cdot A} + \frac{L_1}{k_1 \cdot A} + \frac{L_2}{k_2 \cdot A} + \frac{1}{h_e \cdot A}}$$

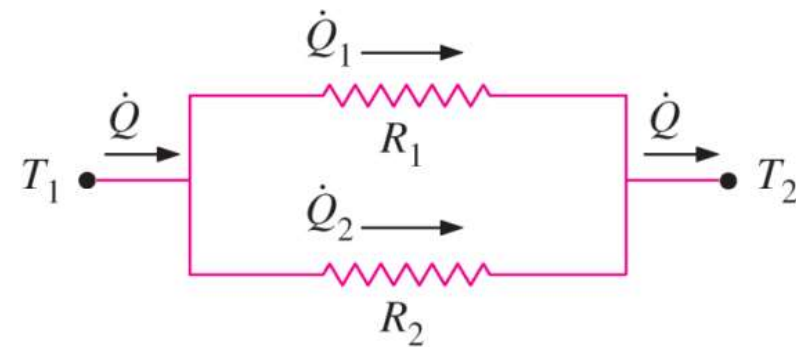
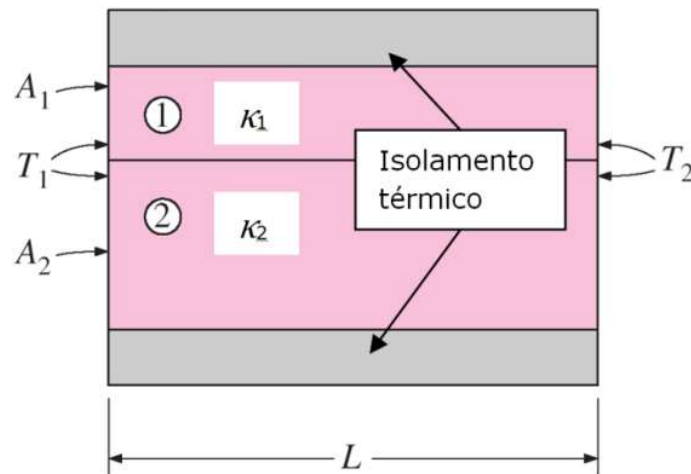


Estudo Dirigido (Atividade em Grupo)

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Meio Composto

Considere o meio composto, constituído por dois materiais de condutividades diferentes, cujas extremidades são mantidas às temperaturas $T_a = 150\text{ °C}$ e $T_b = 30\text{ °C}$. Calcule a taxa de calor através do meio.

Dados: $A_1 = 0,2\text{ m}^2$ $k_1 = 20\text{ W/m.°C}$ $A_2 = 0,4\text{ m}^2$ $k_2 = 15\text{ W/m.°C}$, $L = 0,5\text{ m}$



Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Cilindros Compostos Coaxiais

Considere o cilindro composto cuja estrutura consiste de duas camadas coaxiais em contato térmico perfeito, como ilustrado na figura 64.

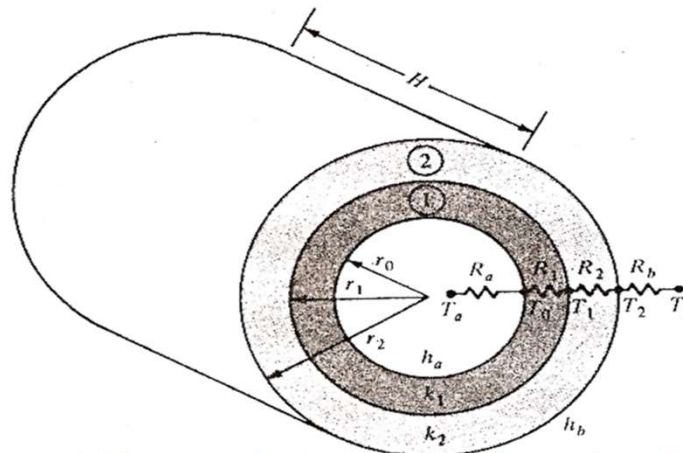


Figura 64 – Resistências térmicas para o fluxo de calor através de um cilindro composto por camadas coaxiais em contato térmico

Um fluido aquecido, a uma temperatura T_a , escoia dentro e transfere calor à parede mais interna do tubo, cujo coeficiente de película é h_a . Na parte exterior da estrutura, a transmissão de calor se dá entre a parede mais externa do tubo, cujo coeficiente de película é h_b e um fluido frio, à temperatura T_b .

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Cilindros Compostos Coaxiais

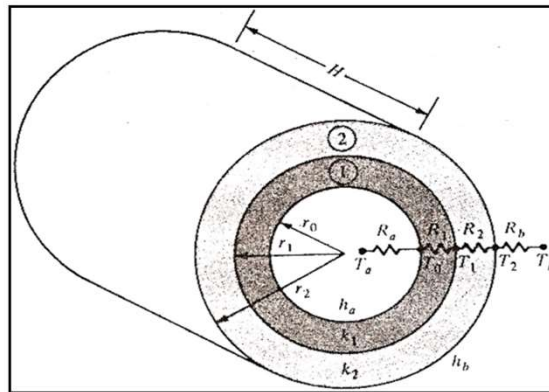


Figura 64 – Resistências térmicas para o fluxo de calor através de um cilindro composto por camadas coaxiais em contato térmico

Supõe-se que a taxa total de transferência de calor \dot{Q} do fluido quente ao frio ao longo do comprimento H da estrutura cilíndrica é a mesma através de cada camada, e é dada por:

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_o}{R_a} = \frac{T_o - T_1}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_2 - T_b}{R_b} \quad (151)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Cilindros Compostos Coaxiais

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_o}{R_a} = \frac{T_o - T_1}{R_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_2 - T_b}{R_b} \quad (151)$$

onde as várias resistências são definidas por

$$R_a = \frac{1}{2\pi r_o H h_a} \quad (152a)$$

$$R_1 = \frac{1}{2\pi H \kappa_1} \ln \frac{r_1}{r_o} \quad (152b)$$

$$R_2 = \frac{1}{2\pi H \kappa_2} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (152c)$$

$$R_b = \frac{1}{2\pi r_2 H h_b} \quad (152d)$$

Aqui as resistências térmicas para a convecção, R_a e R_b , e para a condução, R_1 e R_2 , através de uma camada cilíndrica são escritas de acordo com as expressões dadas por (152). Somando os numeradores e denominadores, de cada uma das razões, obtemos:

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_b}{R} \quad (153)$$

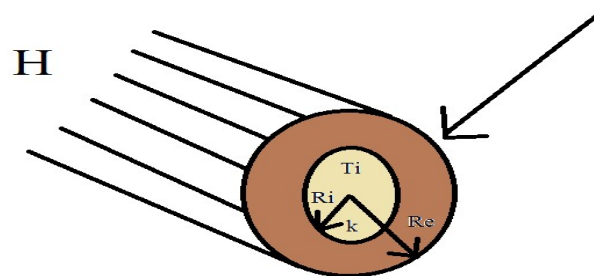
$$R = R_a + R_1 + R_2 + R_b, \quad (154)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Espessura Crítica de Isolamento

Considere um tubo, cabo ou fio longo à temperatura constante que dissipe calor para o ar ambiente. Suponha ainda que a superfície esteja coberta com uma camada de revestimento isolante.

Em algumas situações o acréscimo de revestimento pode aumentar a perda de calor até que uma espessura crítica seja atingida em que a perda de energia seja máxima.

O aumento de revestimento além de um valor crítico faz com que haja diminuição de perda de energia. Conseqüentemente, a espessura crítica pode ser usada para aumentar o resfriamento do cabo, fio ou tubo.



Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Espessura Crítica de Isolamento

O problema pode ser tratado pelo conceito de resistência térmica cujas variáveis mais importantes estão mostradas na figura abaixo

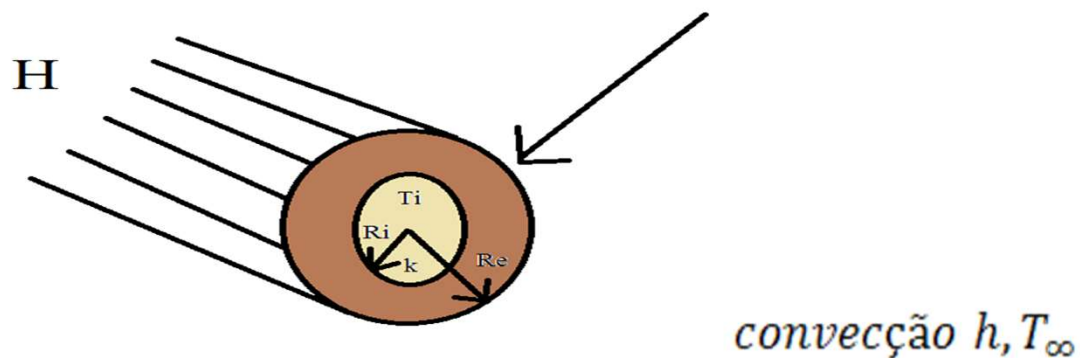


Figura 65

$$Q = \frac{T_i - T_{\infty}}{R_{CONDUTOR} + R_{REVEST.}} \quad (156a) \quad (155)$$

ISOLAMENTO

CONVECÇÃO

$$R_{CONDUTOR} = \frac{1}{2\pi kH} \cdot \ln \frac{Re}{Ri} \quad e \quad R_{REVEST} = \frac{1}{2\pi ReHh} \quad (156b)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Espessura Crítica de Isolamento

Podemos construir uma função que esperamos seja contínua e bem comportada $Q=f(Re)$. Sabemos que podemos variar Re e manter T_i , T_∞ , k , H e h constantes.

A temperatura ambiente, T_∞ , como coeficiente de película, h , podem variar, mas numa primeira aproximação podemos considerá-las constantes.

Igualemos $\frac{dQ}{dRe}$ a zero para encontrarmos os candidatos a máximo e mínimo.

$$\frac{dQ}{dRe} = -\frac{2\pi kH(T_i - T_\infty)}{\left[\ln\frac{Re}{Ri} + \frac{k}{hRe}\right]^2} \cdot \left(\frac{1}{Re} - \frac{k}{hRe^2}\right) = 0 \quad (157)$$

Como o termo que contém o $\ln\frac{Re}{Ri}$ só poderá ser igual a ∞ se $Re \rightarrow \infty$ e, conseqüentemente, anulá-lo só nos resta igualar o termo entre parênteses a zero. Isto é,

$$Re = \frac{k}{h} \quad (158)$$

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente – Espessura Crítica de Isolamento

Será necessário calcular ainda $\frac{d^2 Q}{dRe^2}$ para sabermos se o ponto $Re = \frac{k}{h}$ é realmente um máximo de $Q=f(Re)$

$$\frac{d^2 Q}{dRe^2} = -C/\ln \frac{Re}{Ri} + \frac{C_1}{Re} \cdot \left(-\frac{1}{Re^2} + \frac{2C_1}{Re^3} \right) \quad (159)$$

Onde $C_1 = \frac{k}{h} \quad (160a)$ e $C = 2\pi kH(T_1 - T_\infty) \quad (160b)$

O 1º termo deverá ser maior que o segundo garantindo que $\frac{d^2 Q}{dRe^2} < 0$. Portanto,

$Re = \frac{k}{h}$ é realmente um máximo, isto é, o raio de revestimento (menos Ri) que

forneceria o máximo de calor dissipado para o meio ambiente.



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

Exemplo 55 – Um tubo de aço com 5 cm de diâmetro interno, 7,6 cm de diâmetro externo e $k = 15 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}$ é coberto com um material isolante de espessura igual a 2 cm e $k = 0,2 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}$.

Um gás, cujo $h_a = 400 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}$, aquecido a $T_a = 330 \text{ °C}$, escoava dentro do tubo. A superfície exterior ao isolamento é exposta ao ar, cujo coeficiente de película é $h_b = 60 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}$, a $T_b = 30 \text{ °C}$.

Determine:

- A perda de calor do tubo para o ar se o tubo tiver $H = 10 \text{ m}$.
- A queda na temperatura, resultante das resistências térmicas, do escoamento do gás aquecido, do tubo de aço da camada de isolamento e do ar exterior.



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

(a) O fluxo de calor radial através do tubo é dado por (153):

$$\dot{Q} = \frac{T_a - T_b}{R_a + R_1 + R_2 + R_b} \text{ W}$$

onde as várias resistências térmicas são calculadas através da equação (152):

$$R_a = \frac{1}{2\pi r_o H h_a} = \frac{1}{2\pi \times 0,025 \times 10 \times 400} = 1,59 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_1 = \frac{1}{2\pi H \kappa_1} \ln \frac{r_1}{r_o} = \frac{1}{2\pi \times 10 \times 15} \ln \frac{3,8}{2,5} = 0,44 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_2 = \frac{1}{2\pi H \kappa_2} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2\pi \times 10 \times 0,2} \ln \frac{5,8}{3,8} = 33,65 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

$$R_b = \frac{1}{2\pi r_o H h_b} = \frac{1}{2\pi \times 0,058 \times 10 \times 60} = 4,21 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

Então o total da resistência térmica torna-se:

$$R = R_a + R_1 + R_2 + R_b = 39,9 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

e a taxa total de calor transferida do tubo para o ar será

$$\dot{Q} = \frac{330-30}{39,9 \times 10^{-3}} = 7521 \text{ W}$$



Exemplo

Processos Combinados Unidimensionais em Regime Permanente - Convecção

(b) Dado \dot{Q} , as diversas quedas de temperatura podem ser calculadas pela eq.

(151)

$$\Delta T_{\text{gás aquecido}} = \dot{Q} R_a = 12 \text{ °C} \qquad \Delta T_{\text{parede do tubo}} = \dot{Q} R_1 = 3,3 \text{ °C}$$

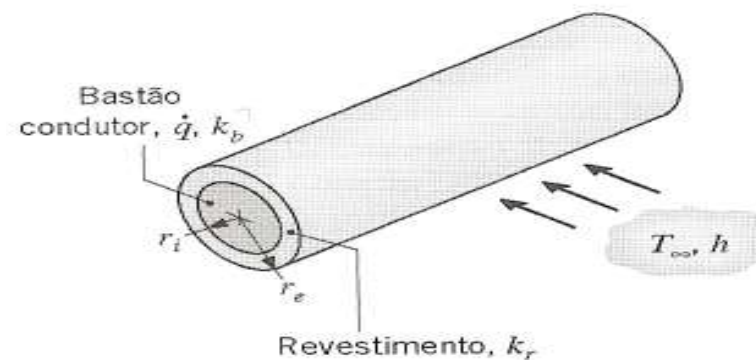
$$\Delta T_{\text{isolamento}} = \dot{Q} R_2 = 253 \text{ °C} \qquad \Delta T_{\text{ar exterior}} = \dot{Q} R_b = 31,7 \text{ °C}$$



Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

A passagem de uma corrente elétrica através de um longo bastão condutor, de raio r_i e condutividade térmica k_b , resulta em um aquecimento volumétrico uniforme a uma taxa \dot{q} . O bastão condutor é coberto por um revestimento de material não-condutor elétrico, com raio externo r_e e condutividade k_r . A superfície externa é resfriada por convecção por um fluido.

Para as condições de regime estacionário, escreva formas apropriadas da equação do calor para o bastão e para o revestimento. Enuncie condições de contorno apropriadas para a solução dessas equações.





Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

Um aquecedor elétrico delgado está inserido entre um longo bastão circular e um tubo concêntrico, com raios interno e externo iguais a 20 e 40mm, respectivamente. O bastão (A) possui uma condutividade térmica $K_A = 0,15 \text{ W/(m.K)}$ e o tubo (B) $K_B = 1,5 \text{ W/(m.K)}$. A superfície externa do tubo está sujeita à convecção com um fluido à temperatura $T_\infty = -15^\circ\text{C}$ e um coeficiente de transferência de calor de $50 \text{ W/(m}^2\text{.K)}$. As resistências térmicas de contato entre as superfícies do bastão e do tubo, e as superfícies do aquecedor, são desprezíveis.

Determine a potência elétrica, por unidade de comprimento dos cilindros (W/m), necessária para manter a superfície externa do cilindro B a 5°C .

Qual é a temperatura no centro do cilindro A?



Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

Uma corrente elétrica de 700A passa em um cabo de aço inoxidável com diâmetro de 5mm e resistência elétrica de Ω/m (ou seja, por metro de comprimento de cabo). O cabo encontra-se em um ambiente que está a uma temperatura de 30°C e o coeficiente total associado à convecção e à radiação entre o cabo e o ambiente é de aproximadamente 25W/(m².K).

Se o cabo estiver desencapado, qual será a temperatura na sua superfície?

Se um revestimento muito fino de um isolante elétrico for aplicado sobre o cabo, com uma resistência de contato de 0,02m².K/W, quais serão as temperaturas das superfícies do isolamento e do cabo?



Importante! Lista de Exercícios

Como reforço do aprendizado do conteúdo apresentado em sala de aula, são sugeridos os exercícios dispostos na lista abaixo. Bom estudo!

Exercícios Incropera – 6ed						
Convecção	1.13	1.15	1.16	1.17	1.19	
Radiação	1.24	1.25	1.27	1.30		
Parede Plana	3.1	3.5	3.9	3.11	3.15	
Parede Cilíndrica	3.37	3.41	3.42	3.43	3.47	
Parede Esférica	3.55	3.57	3.58	3.59	3.60	
Condução com geração de Energia Térmica	3.72	3.88	3.96			

Aula 4 – Introdução à Radiação

- ≡ Processos e Propriedades
- ≡ Intensidade e Poder Emissivo
- ≡ Radiação de Corpo Negro

Radiação - Introdução

A onda eletromagnética é uma forma de energia constituída de campos elétricos e campos magnéticos, em planos ortogonais entre si, capazes de propagarem-se no vácuo. As ondas eletromagnéticas propagam-se em diversos meios; no vácuo, a velocidade de propagação é de aproximadamente 300.000 km/s.

Tipos de ondas eletromagnéticas

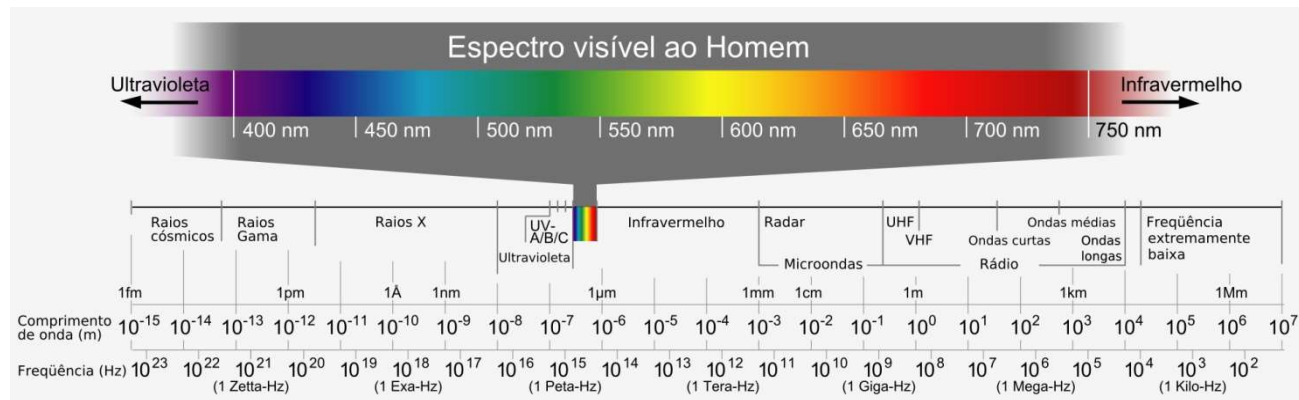


Figura 67 – Espectro eletromagnético.

As ondas eletromagnéticas apresentam comprimentos de onda distribuídos numa vasta gama; cada faixa recebe um nome específico.

Radiação - Introdução

Os raios cósmicos são constatados em qualquer parte do Universo, sendo constituídos de **partículas subatômicas** de altíssima velocidade e de **ondas eletromagnéticas de λ curtíssimo**.

Cerca de 87% dos raios cósmicos observados até hoje são formados por núcleos de hidrogênio, 12% pelos de hélio e o restante são elementos mais pesados, como o carbono e o ferro. Os raios cósmicos mais energéticos observados até hoje têm energia igual à de uma bola de tênis lançada com uma velocidade de 57 m/s (205 km/h). É uma quantidade de energia imensa para um corpo que é cerca de 10^{14} vezes menor que uma bola de tênis... Heinrich Hertz, cientista alemão, foi quem produziu pela primeira vez ondas eletromagnéticas. Em sua homenagem, a unidade de frequência é denominada “hertz” (Hz).

≡ 1 ciclo/segundo = 1 Hz (hertz)

≡ 1000 ciclos/segundo = 1 kHz (quilohertz)

≡ 1 milhão de ciclos/segundo = 1 MHz (megahertz)

Os **raios gama** são observados nos fenômenos em que a estrutura nuclear dos átomos é modificada. É o caso de fenômenos radiativos e explosões atômicas, onde são produzidas emissões de *raios gama*. Os raios-X são ondas eletromagnéticas que surgem nas “colisões de elétrons contra anteparos duros”.

Radiação - Introdução

Os raios infravermelhos são conhecidos popularmente como “calor de irradiação”, conhecidos do grande público que frequenta praias pela rápida mudança na cor da pele, principalmente entre 10 e 16 horas.

COMPRIMENTO DE ONDA (λ)	DESIGNAÇÃO
Até 0,001 Å	Constituinte dos raios cósmicos
0,001 Å a 0,01 Å	Raios gama
0,01 Å a 100 Å	Raios X
100 Å a 4 000 Å	Ultravioleta
4 000 Å a 7 000 Å	Luz visível
7000 Å a 100 μm	Infravermelho
100 μm a 100 cm	Ondas de radar e micro-ondas
1 m a 1 km	Ondas hertzianas (televisão, FM, rádio: ondas curtas, médias e longas)

$$1\text{ångström} (\text{Å}) = 10^{-10} \text{ m} \quad 1 \text{ micrometro} (\mu\text{m}) = 10^{-6} \text{ m}$$

Radiação - Introdução

As ondas eletromagnéticas, nas faixas ultravioleta, luz visível e infravermelho, correspondem a energias liberadas pelos *saltos de elétrons dentro do átomo*. Os raios infravermelhos são conhecidos popularmente como “calor de irradiação”, conhecidos do grande público que frequenta praias pela rápida mudança na cor da pele, principalmente entre 10 e 16 horas.

As ondas eletromagnéticas de comprimento maior são geradas quando elétrons num condutor “sofrem impulsos”. É o caso das ondas hertzianas emitidas de uma torre de transmissão. As ondas de FM (frequência modulada) e de televisão possuem somente alguns metros, mas as ondas de rádio estão numa faixa de λ maior e há 3 classes de ondas:

Classe de ondas de rádio	Faixa de comprimento de onda (λ)
Curtas	de 10 a 200 m
Médias	de 200 a 600 m
Longas	de 600 a 1000 m

Pode-se então caracterizar uma onda eletromagnética, exprimindo o seu comprimento de onda (λ) ou então, a sua frequência (ν).



Exemplo Comprimento de onda

Exemplo 59– Você está sintonizando uma emissora que opera numa frequência de 100 MHz. Qual o comprimento de onda dessas emissões?

$$\bar{v} = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{\bar{v}}{f} = \frac{300\,000 \text{ km/s}}{100\,000\,000 \text{ s}^{-1}} = 0,003 \text{ km} = 3 \text{ m}$$

Radiação

A Luz

Na antiguidade, alguns filósofos acreditavam que a luz era composta de minúsculas partículas que se alinhavam em linha reta e que possuíam uma velocidade muito grande. A primeira pessoa a contrariar essa ideia foi Leonardo da Vinci, em meados do ano de 1500 d.C.

Leonardo da Vinci comparou a reflexão da luz ao fenômeno do eco, que é de característica ondulatória. Devido à grande semelhança entre eles, o genial artista e inventor italiano atentou a hipótese de que a luz seria uma onda e não um conjunto de partículas.

Mais tarde, no século XVII, essas teorias ganharam dois fortes adeptos: Newton que defendia a ideia dos antigos filósofos gregos, dando a ela o nome de **modelo corpuscular** da luz, e Christian Huygens, físico holandês, defendia a teoria de Leonardo da Vinci insistindo no **modelo ondulatório** da luz.

Finalmente, no início do século XIX, Fresnel observou o fenômeno da interferência. Como a interferência é um fenômeno caracteristicamente ondulatório, a teoria corpuscular de Newton começou a cair por terra.

Em 1862, estudando o fenômeno da refração, o físico francês Michel Foucault conseguiu medir a velocidade da luz na água. Newton dizia que esse valor seria maior do que a velocidade da luz no ar, devido a uma força de atração F , que provocaria uma mudança na direção do movimento das partículas do feixe luminoso.

Foucault observou exatamente o contrário: a velocidade da luz, na água, era menor do que no ar. A visão de Newton sobre o assunto foi praticamente abandonada.

Radiação

Dualidade Onda Partícula

Em 1900, Max Planck (lei da radiação do corpo negro), e em 1905, Albert Einstein (efeito fotoelétrico) iniciaram a formulação da **teoria dos quanta**. Segundo essa teoria, a radiação eletromagnética é emitida e se propaga descontinuamente, em pequenos pulsos de energia chamados pacotes de energia, quanta de luz ou fótons. Assim, a onda eletromagnética apresenta um caráter corpuscular; um retorno, por assim dizer, à visão newtoniana.

Entre os sistemas que desempenham funções sensoriais, a visão apresenta aspectos biofísicos peculiares. O globo ocular e seus acessórios tratam a luz em seus dois aspectos fundamentais:

(a) Como **onda** - Há um meio refrator que forma imagem de objetos iluminados, ou luminosos.

(b) Como **partícula** (fóton) - uma película fotossensível transforma a energia eletromagnética do pulso luminoso em pulso elétrico. Os pulsos elétricos são levados ao cérebro, onde provocam sensações psicofísicas conhecidas como visão.

Radiação

Propagação das ondas eletromagnéticas

Luz como onda

Para efeitos comuns, não relativísticos, a luz se propaga simplesmente em linha reta. Sua velocidade no vácuo é uma das mais importantes constantes universais da Física, e é a velocidade máxima que a matéria pode atingir: $v = 3 \times 10^8$ m/s. No ar, água, outros líquidos, corpos transparentes, a velocidade da luz diminui, a velocidade é tanto menor quanto maior é o índice de refração do meio.

Propagação das Ondas Eletromagnéticas

As ondas eletromagnéticas propagam-se em linha reta num meio homogêneo. Ao penetrar noutra meio, pode ocorrer uma mudança de direção que se denomina refração. Uma torre de emissão, de TV ou de rádio, geralmente emite ondas em todas as direções, formando-se frentes esféricas de ondas. Elas são emitidas de modo intermitente em forma de “pacotes” descontínuos (conjuntos discretos) de ondas, que recebem o nome de *fótons*, como dissemos acima.

De acordo com a relação atribuída a Planck, a energia (ϵ) de cada fóton, denominada *quantum* (no plural *quanta*) é diretamente proporcional à frequência (ν) da onda eletromagnética: $\epsilon = h \cdot \nu$; onde a **constante de Planck** é $h = 6,626068 \times 10^{-34}$ J·s.

Radiação

Radiação Térmica

Todos os corpos emitem energia, denominada radiação térmica, continuamente, devido à temperatura em que se encontram.

Considere um objeto à temperatura T_H numa câmara de vácuo, como ilustrado na figura 68, cujas paredes se encontram a uma temperatura T_C menor. Não há troca de calor por condução ou convecção, pois o objeto se encontra num recinto evacuado.

Um exemplo é a transferência de energia do Sol para a Terra. A energia térmica atinge o nosso planeta porque a transferência de calor por radiação não exige um meio para se propagar entre as superfícies quente e fria.

Essa radiação é emitida por um corpo na forma de ondas eletromagnéticas de acordo com a teoria de Maxwell, ou na forma de fótons (pacotes discretos de energia), de acordo com a hipótese de Planck.

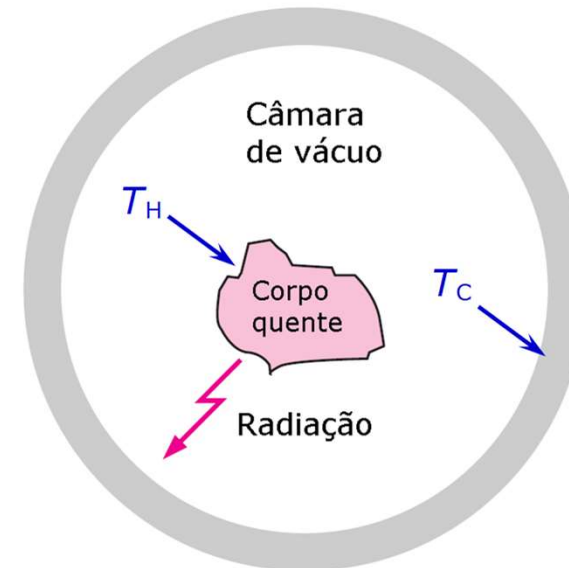


Figura 68 – o objeto aquecido se esfria como resultado da troca de calor por radiação.

Radiação

Radiação Térmica

Quando a radiação é tratada como onda eletromagnética, ela pode ser emitida em todos os comprimentos de onda, de $\lambda = 0$ a $\lambda \rightarrow +\infty$. Nas temperaturas encontradas na maioria das aplicações em engenharia, há predomínio da radiação emitida por um corpo nos comprimentos de onda de $\lambda = 0,1$ a $100 \mu\text{m}$. Por esta razão, a faixa do **espectro** de comprimento de onda nesse intervalo é denominada **radiação térmica**.

A **emissão** de energia na forma de radiação eletromagnética é um processo global; isto é, a radiação que se origina do interior de um corpo é emitida através da **superfície**. Com relação a **absorção**, a radiação incidente sobre uma superfície penetra no meio até uma determinada profundidade.

Como grande proporção de radiação incidente é atenuada a uma pequena distância da superfície podemos afirmar que a radiação foi absorvida pela superfície. A parte absorvida é transformada em energia interna. Por exemplo, o Sol emite radiação térmica a partir de uma **superfície efetiva** a cerca de 5.760 K , prevalecendo os comprimentos de onda entre $0,1$ e $5 \mu\text{m}$.

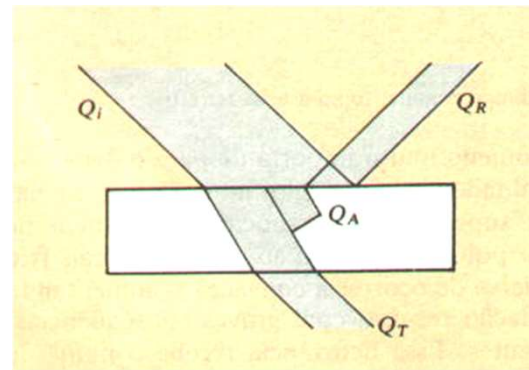
Radiação

Radiação Térmica

A **radiação solar** incide sobre a água de um lago ou oceano é gradualmente atenuada à medida que o feixe de radiação penetra na água. Da mesma forma, a radiação solar incidente sobre uma placa de vidro é parcialmente absorvida e parcialmente refletida. O restante é transmitido às vizinhanças.

A água e o vidro são considerados **semitransparentes** à radiação solar; porém, tanto para a água como para o vidro, cada uma das parcelas nas quais a radiação se divide (absorção, transmissão e reflexão) ao penetrar no meio variará de acordo com a espessura do material. O mesmo ocorre com a atmosfera que devido à sua espessura os gases nela presentes provocam o chamado **efeito estufa**, como veremos a seguir. Somente no vácuo é que a radiação propaga-se sem atenuação.

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$



Radiação

Radiação Térmica

Radiação do Corpo Negro

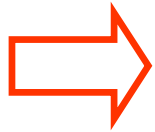
O conceito do **corpo negro** é uma situação idealizada que serve de parâmetro para comparar a emissão e a absorção características de corpos reais. Considera-se que o corpo negro **absorve toda a radiação incidente** proveniente de todas as direções, e em todos os comprimentos de onda, sem refletir, transmitir ou espalhar. Nenhum outro corpo à mesma temperatura é capaz de emitir mais radiação que o corpo negro.

Deve-se distinguir o termo **negro** do seu uso cromático habitual: a cor (ou sua ausência) de uma superfície em observações visuais. O olho humano é capaz de captar a negritude apenas na faixa visível do espectro eletromagnético. Por exemplo, um objeto como um cubo de gelo é branco aos olhos, mas quase negro para a radiação térmica de comprimentos de onda longos.

Radiação

Radiação Térmica – Corpos Negros

Lei dos Intercâmbios: Todo bom absorvedor é um bom emissor de radiação térmica



Corpo negro é também o emissor ideal de radiação térmica (radiador ideal)!!!!

Corpos Escuros: bons absorvedores e emissores de radiação térmica. Ex.: fuligem ($a = \varepsilon = 0,94$).

Corpos claros e polidos: maus absorvedores e emissores de radiação térmica. Ex.: prata polida ($a = \varepsilon = 0,02$).

Radiação

Radiação Térmica – Intensidade de Radiação

Intensidade de Radiação

A magnitude de $I_{b\lambda}(T)$ foi determinada por Planck e é dada por

$$I_{b\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[e^{\left(\frac{hc}{\lambda\sigma T}\right)} - 1 \right]} \quad (162)$$

Onde h é a constante de Planck ($6,62606957 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg / s}$), σ é a constante de Stefan-Boltzmann [$\sigma = 5,6697 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$] e c é a velocidade da luz no vácuo ($c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$), T em kelvins é a temperatura absoluta e λ é o comprimento de onda, em metros.

Aqui $I_{b\lambda}(T)$ representa a *energia radiante, emitida por um corpo negro à temperatura T , sendo transmitida através de uma unidade de área perpendicular à direção de propagação, por unidade de comprimento de onda, por unidade de ângulo sólido ao redor da direção de propagação do raio*. Com base nessa definição, as unidades de $I_{b\lambda}(T)$ podem ser escritas como

$$\frac{\text{taxa de energia}}{\text{área} \times \frac{\text{comprimento}}{\text{de onda}} \times \text{ângulo}' \text{ sólido}}, \quad \text{ou seja,} \quad \frac{W}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}}$$

Radiação

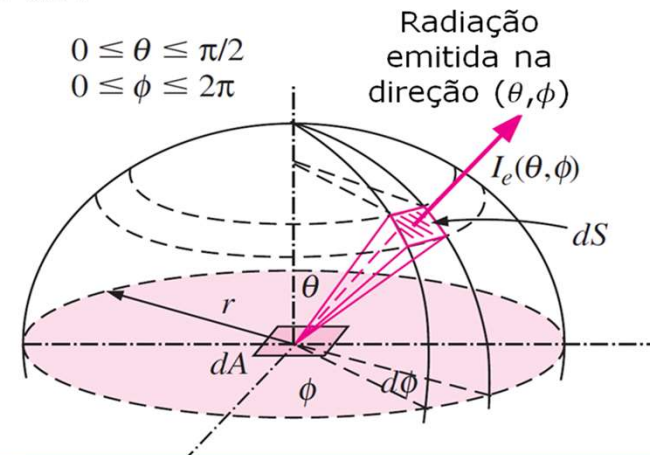
Radiação Térmica – Intensidade de Radiação

Intensidade de Radiação

É de interesse prático saber a quantidade de energia radiante *emitida* por unidade de área do corpo negro à temperatura absoluta T em todas as direções no interior de um espaço hemisférico. Para avaliar essa grandeza, consideremos o elemento de área dS , cuja direção é normal saindo da sua superfície quando vista do centro do hemisfério, a uma dada temperatura T .

Como mostrado na figura 69, θ é o *ângulo polar*, medido a partir da normal e ϕ é o *ângulo azimutal*. Considere a emissão de radiação através de um elemento de superfície dA , como mostrado na fig. 70. A radiação evadindo a superfície de área dS é proporcional ao ângulo sólido $d\omega$ subtendido por dS .

Figura 70 – Radiação sendo emitida a partir de um elemento de superfície diferencial, em um espaço circundante hemisférico, através de um ângulo sólido diferencial.



Radiação

Radiação Térmica – Intensidade de Radiação

Intensidade de Radiação

A taxa $d\dot{Q}_e$ segundo a qual a energia radiante é emitida na direção (θ, ϕ) , por unidade de área normal a esta direção, por unidade de ângulo sólido que cobre esta direção é representada como o segmento orientado ao receptor.

Pela geometria da figura 69, o *ângulo sólido diferencial* $d\omega$ subentendido pela área dS será

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{(r d\theta)(r d\phi \sin \theta)}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (164)$$

e assim

$$I_e(\theta, \phi) = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos \theta \cdot d\omega} = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos \theta \cdot \sin \theta d\theta d\phi} \quad (165)$$

Radiação

Radiação Térmica – Intensidade de Radiação

Intensidade de Radiação

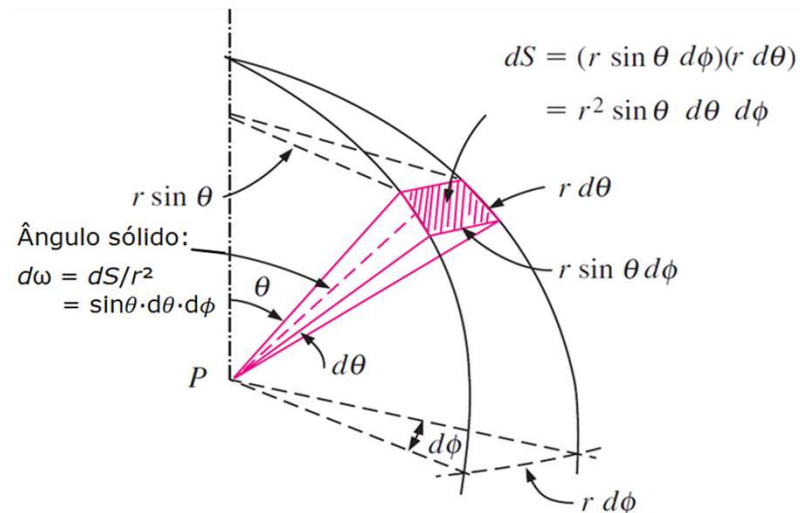


Figura 71 – Ampliação do elemento de superfície diferencial, mostrado na fig. 70.

O *fluxo de radiação emitida* é a *potência emissiva* E (a taxa com a qual a energia radiante é emitida por unidade de área da superfície emissora) e pode ser expresso na forma diferencial como

$$dE = \frac{d\dot{Q}_e}{dA} = I_e(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

Radiação

Radiação Térmica – Intensidade de Radiação

Intensidade de Radiação

Reparando que o hemisfério acima da superfície irá interceptar *todos* os raios emitidos por esta, a potência emissiva da superfície no hemisfério circundante pode ser determinada por integração sobre $0 \leq \phi \leq 2\pi$ e $0 \leq \theta \leq \pi/2$:

$$E = \int_{\text{hemisfério}} dE = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_e(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (166)$$

A intensidade de radiação emitida por uma superfície, em geral, varia com a direção, mas muitas superfícies podem, na prática, ser aproximadas como se tratasse de uma *emissão difusa*. Nesse caso *a radiação emitida é independente da direção* e, portanto, I_e é constante; de modo que

$$E = 2\pi \cdot I_e \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = 2\pi I_e \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right]_{\theta=0}^{\pi/2}$$

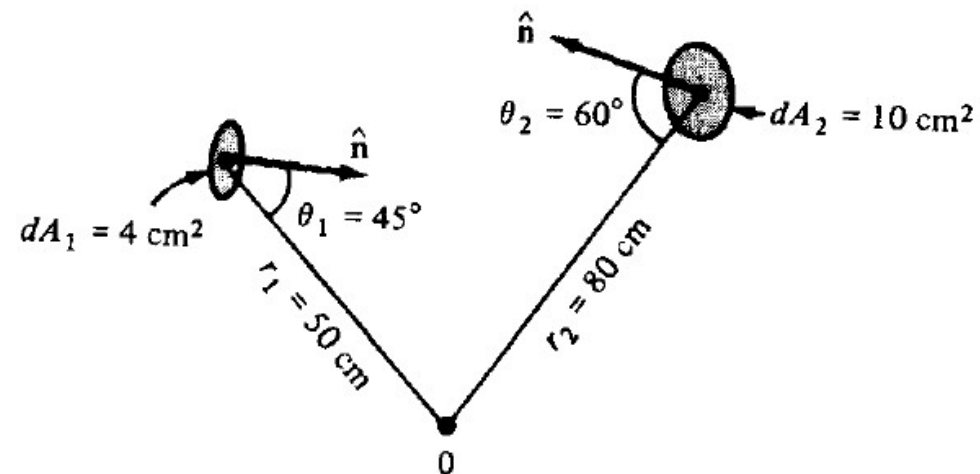
e finalmente

$$E = \pi \cdot I_e \quad (\text{em W/m}^2) \quad (167)$$



Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

Exemplo 60 –Determine os ângulos sólidos subtendidos pelas superfícies dA_1 e dA_2 , quando eles são vistos do ponto O pelas dimensões e o arranjo geométrico exposto na figura abaixo.

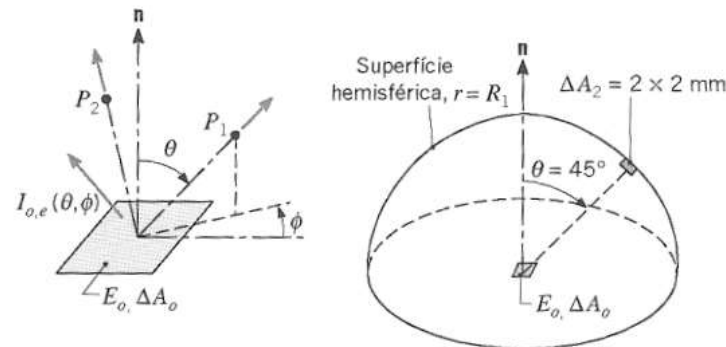




Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

Exemplo 61– Considere uma superfície difusa quadrada ΔA_o com 5mm de lado, que possui um poder emissivo total $E_o = 4000\text{W/m}^2$. O campo de radiação devido à emissão para o espaço hemisférico acima da superfície é difuso, proporcionando assim uma intensidade uniforme $I(\theta, \Phi)$. Além disso, se o espaço for um meio não-participante (não-absorvedor, não-espalhador, não-emissor), a intensidade é independente do raio para qualquer direção (θ, Φ) . Assim, as intensidades em quaisquer pontos P_1 e P_2 seriam iguais.

- Qual é a taxa na qual a energia radiante é emitida por ΔA_o , q_{emit} ?
- Qual é a intensidade $I_{o,e}$ do campo de radiação emitido a partir da superfície ΔA_o ?



Radiação

Radiação Térmica – Emissividade de Radiação

O fluxo de radiação máximo emitido por um corpo negro à temperatura T é dado pela *lei de Stefan-Boltzmann*:

$$E_b = \sigma T^4 \quad (\text{em W/m}^2) \quad (168)$$

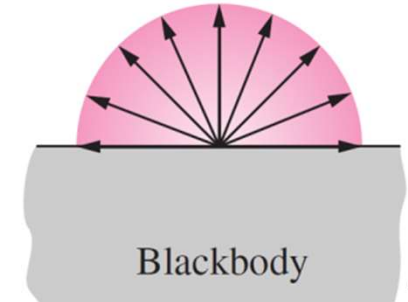
onde

- T é a temperatura (em kelvins)
- σ é a constante de Stefan-Boltzmann
- E_b é a potência emissiva do corpo negro.

Somente um radiador ideal ou corpo negro pode emitir radiação de acordo com a lei de Stefan-Boltzmann expressa pela equação (168). O fluxo de radiação emitida por um corpo real é dado por

$$\dot{E} = \varepsilon \dot{E}_b = \varepsilon \sigma T^4 \quad (169)$$

onde a emissividade ε varia entre 0 e 1.



emissão do corpo negro é *Uniforme*

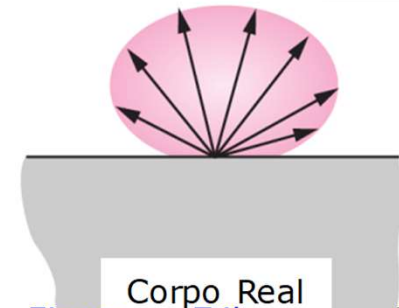


Figura 74b – A *emissão* do corpo real *não é Uniforme*

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade

Outras Características

Superfícies reais não são capazes de absorver toda a radiação incidente, podendo refletir e transmitir parcialmente. Na prática, absorção, transmissão e reflexão ocorrem, em diferentes proporções, dependendo do tipo de acabamento da superfície, limpeza, oxidação etc.

Por definição, chamamos de *irradiação* \dot{G} [W/m²] a taxa de energia por unidade de área que *chega* à superfície.

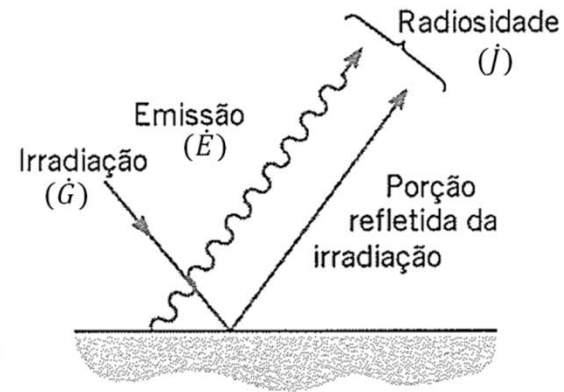


Figura 75 – Radiosidade em uma superfície.

O *poder emissivo total* ou *emissão* \dot{E} [W/m²] é a energia térmica radiante total *emitida* (em todos os comprimentos de onda e em todas as direções), por unidade de tempo e por unidade de área da superfície que emite a radiação.

É importante observar que esta energia é devida somente à emissão original; ela não inclui qualquer energia refletida na superfície. A emissão depende:

- (1) do material;
- (2) das condições da superfície (incluindo a rugosidade);
- (3) da temperatura em que a superfície se encontra.

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade

Outras Características

A *radiosidade* \dot{j} [W/m²] representa a quantidade de energia que *deixa* uma super-fície por unidade de tempo e de área. Assim como a emissão, a radiosidade representa uma integração ao longo de todo o espectro e em todas as direções.

Podemos escrever que, se a irradiação que incide sobre uma superfície vale \dot{G} , teremos, por um simples balanço de energia (1ª lei da Termodinâmica),

$$\dot{G} = \rho\dot{G} + \alpha\dot{G} + \tau\dot{G} \quad (170)$$

resultando então que

$$\rho + \alpha + \tau = 1, \quad \text{em que} \quad (171)$$

ρ é a fração da radiação incidente que é refletida = *refletividade*,

α é a fração da radiação incidente que é absorvida = *absortividade* e

τ é a fração da radiação incidente que é transmitida = *transmissividade*, de acordo com a figura 76.

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade

Outras Características

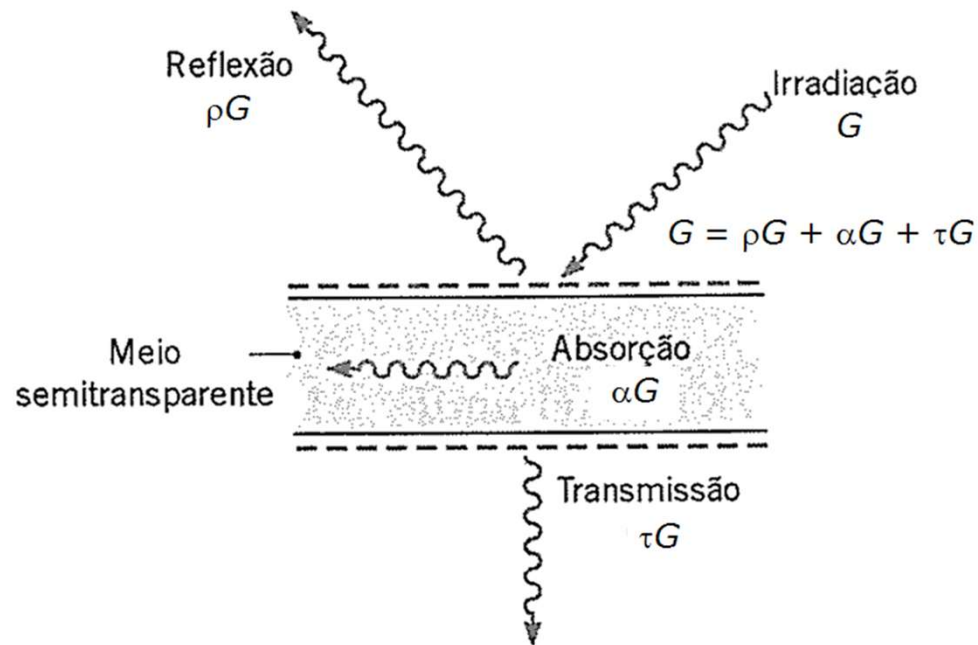


Figura 76 – Processos de absorção, reflexão e transmissão em um meio semitransparente.

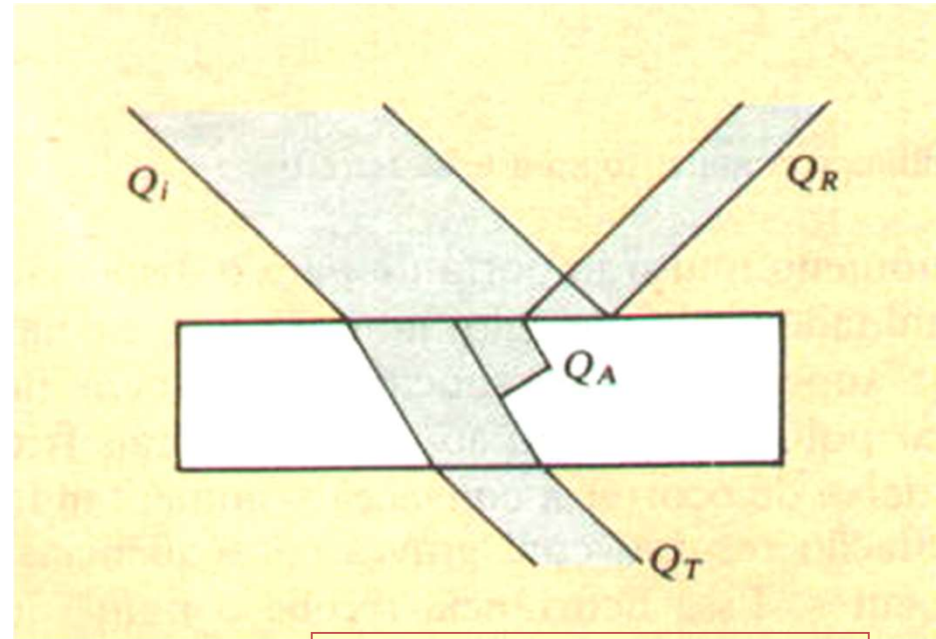
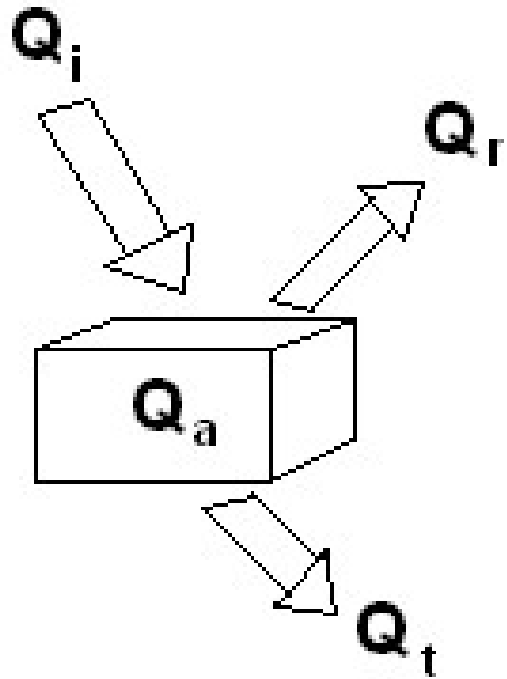
Muitos sólidos são *opacos* (com exceção daqueles que são *transparentes* ou *translúcidos*), ou seja, não transmitem radiação, e a equação (171) se reduz a

$$\rho + \alpha = 1$$

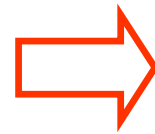
(172)

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade



$$Q_\alpha + Q_\rho + Q_\tau = Q_i$$



$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

$$\alpha = \frac{Q_\alpha}{Q_i} \text{ (absorvidade)} \quad \rho = \frac{Q_\rho}{Q_i} \text{ (refletividade)} \quad \tau = \frac{Q_\tau}{Q_i} \text{ (transmissividade)}$$

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade

Outras Características

$$\rho + \alpha = 1$$

Frequentemente a equação (172) também se aplica a líquidos, embora a transmissividade seja fortemente dependente da espessura. Os gases, em geral, refletem muito pouco; a radiação térmica incidente, neste caso, torna-se

$$\alpha + \tau = 1$$

Como são frações, ρ , α e τ variam entre 0 e 1; para todos os corpos reais elas são sempre menores que 1.

Radiação

Radiação Térmica – Irradiação e Radiosidade

Reflexão

≡ O refletor perfeito (espelho ideal), $\rho = 1$.

Absorção

≡ Um corpo negro (absorvedor perfeito), $\alpha = 1$.

≡ Um corpo cinzento, $\alpha < 1$.

Transmissão

≡ Um corpo transparente, $\tau \neq 0$ (zero).

≡ Um corpo opaco, $\tau = 0$ (zero).

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Radiação

Radiação Térmica – Corpos Cinzentos

Ao contrário do corpo negro, o corpo cinzento é um objeto que absorve e emite parcialmente a radiação que o atinge. Ainda que não existam na natureza, os corpos cinzentos constituem numa idealização útil que procura aproximar o mundo teórico do mundo real.

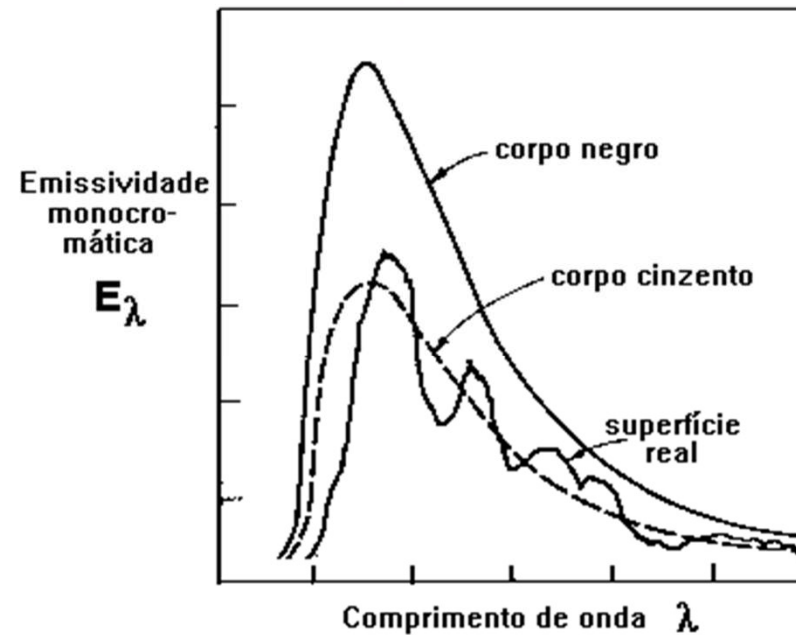
Principais características:

- a emissividade da radiação electromagnética e a absorvidade são constantes para todos os comprimentos de onda, isto é, .
- emitem a mesma quantidade de energia de corpos reais (Isto permite que as superfícies reais possam ser associadas a superfícies cinzentas, com emissividades que variam geralmente entre 0,25 e 0,95.)

Na prática a variação da emissividade monocromática é maior para alguns materiais do que para outros. Mas existem certos materiais em que a emissividade é praticamente constante sobre todo o intervalo de comprimento de onda (por exemplo, a telha). A emissividade monocromática para um corpo negro, corpo cinzento e para uma superfície real são ilustradas esquematicamente na figura a seguir.

Radiação

Radiação Térmica – Corpos Cinzentos



Num corpo cinzento a emissividade será a razão entre o poder emissivo real (E_{real}) e o poder emissivo do corpo negro à mesma temperatura (E_b):

$$\varepsilon = \frac{E_{real}}{E_b}$$

Neste caso, como já foi dito, a emissividade é constante e independente do comprimento de onda. Logo, para um dado comprimento de onda a emissividade (ε) de um corpo é igual à sua absorvidade:

$$\varepsilon = \alpha$$

Radiação

Radiação Térmica – Corpos Cinzentos

Emissividade num corpo cinzento:

$$\varepsilon = \frac{E_{real}}{E_b}$$

Emissividade (ε) igual à sua absortividade:

$$\varepsilon = \alpha$$

Além disso, a energia emitida é dada por:

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

A energia total radiante que deixa uma superfície (J - a radiosidade) é função da energia emitida e refletida pela superfície. Esta energia refletida depende da radiação que incide sobre a superfície (R - irradiação). Para uma superfície cinzenta tem-se:

$$J = E + \rho R$$

Radiação

Radiação Térmica – Reflexão especular e difusa

Quando a radiação incide sobre uma superfície real, uma fração é refletida. Esse processo pode ser descrito com o auxílio de dois modelos: *especular* e *difuso*.

No modelo em que a superfície é perfeitamente lisa, isto é, a rugosidade da superfície é menor que o comprimento de onda da radiação, os raios incidente e refletido permanecem simétricos em relação à normal no ponto de incidência, e diz-se que há uma *reflexão especular*, como ilustrado na figura 77.

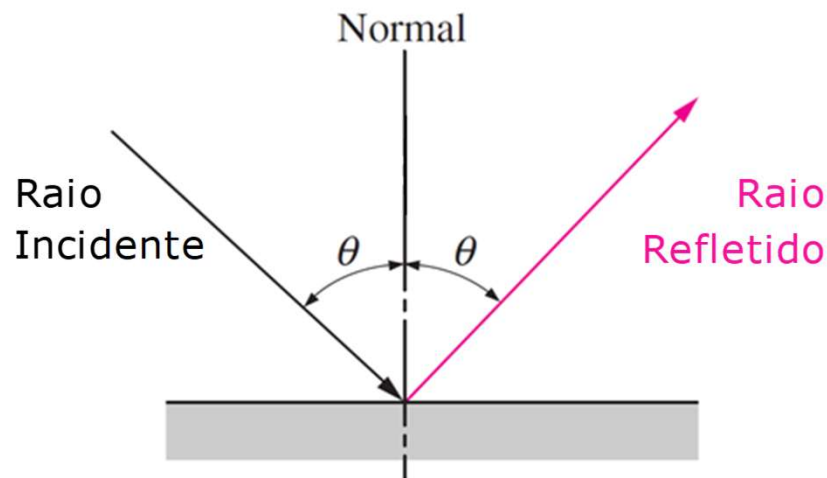


Figura 77 – Em uma reflexão especular o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

Radiação

Radiação Térmica – Reflexão especular e difusa

Se a superfície tem alguma rugosidade, a radiação incidente é espalhada em todas as direções. Uma idealização é considerar que a intensidade da radiação refletida é constante para todos os ângulos de reflexão e independente da direção.

Esta abordagem é chamada de *reflexão difusa*. Na reflexão difusa, a magnitude da energia refletida é numa direção específica proporcional ao cosseno do ângulo θ_r de reflexão, medido a partir da normal.

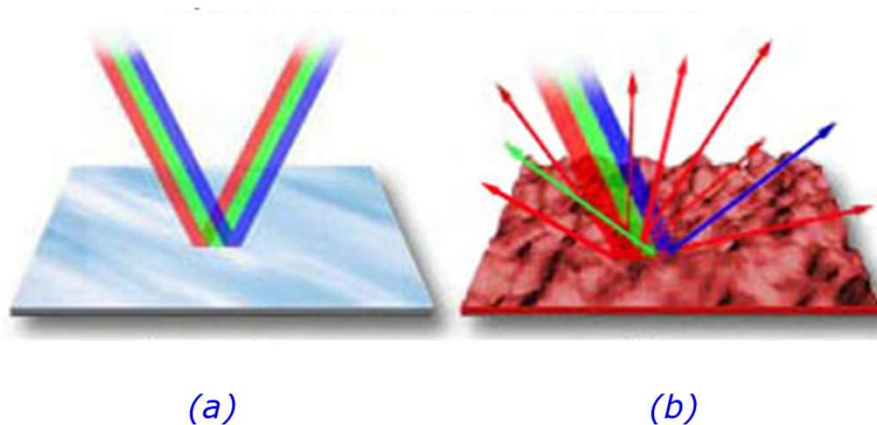


Figura 78 – Diferentes tipos de reflexão em uma superfície: (a) especular; (b) difusa.

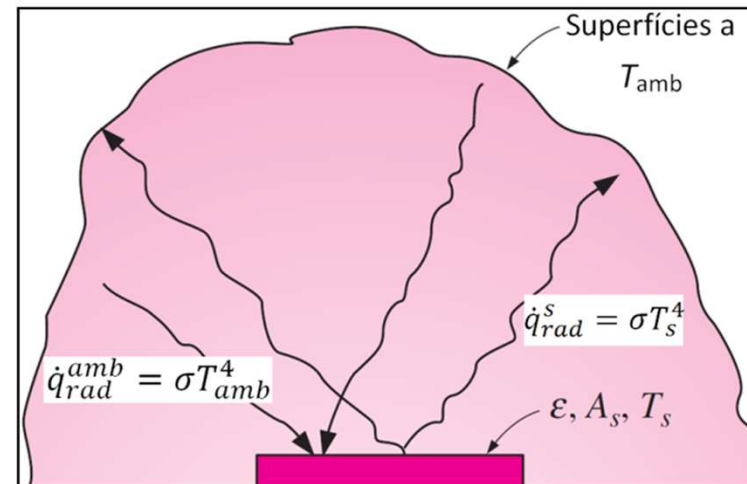
Radiação

Radiação Térmica – Troca por Radiação

Quando dois corpos em diferentes temperaturas “se veem”, o calor trocado entre eles é devido à radiação. Se o meio entre eles é preenchido por ar, a radiação emitida por um deles atravessa o meio praticamente sem atenuação (o ar é transparente à radiação) e atinge o outro corpo e vice-versa. Assim o corpo quente experimenta uma diminuição ou perda de calor e o corpo frio sofre um ganho de calor como consequência da troca de calor por radiação.

A figura 79 mostra uma placa pequena e opaca aquecida cuja área é A_s e emissividade ε_s , mantida à temperatura absoluta T_s exposta ao ambiente de área A_{amb} muito superior (isto é, $A_s/A_{amb} \rightarrow 0$), à temperatura T_{amb} . O espaço entre elas contém ar, que não oferece resistência à radiação térmica. A radiação emitida pela superfície A_s é dada por

$$\dot{E} = A_s \varepsilon_s \sigma T_s^4 \quad (174)$$



Radiação

Radiação Térmica – Troca por Radiação

A enorme área do espaço circundante pode ser aproximada a um *corpo negro* (corpo ideal, que *absorve toda energia radiante que incide sobre ele*) em relação à área A_s , assim a radiação absorvida pela superfície A_s será dada por

$$\dot{G}_{abs} = A_s \alpha_s \sigma T_{amb}^4 \quad (175)$$

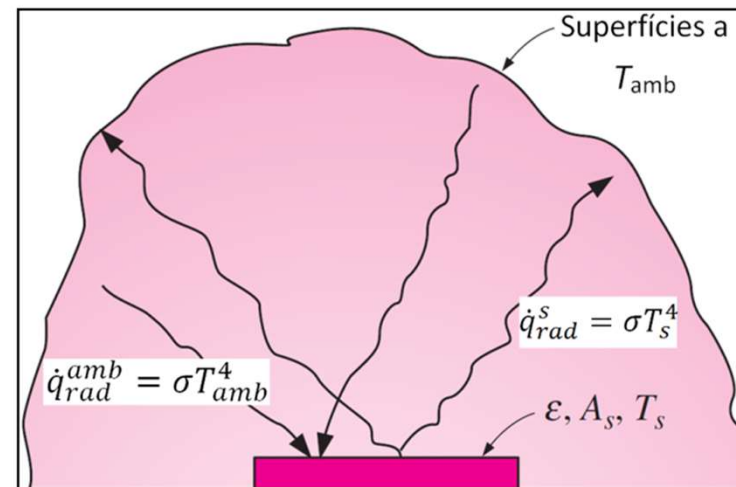
A perda líquida por radiação na superfície A_s será a diferença entre as energias emitidas e absorvidas:

$$\dot{Q}_{rad} = \dot{E} - \dot{G}_{abs}. \quad (176)$$

Para $\varepsilon_s = \alpha_s$, o resultado se reduz a:

$$\dot{Q}_{rad} = A_s \varepsilon_s \sigma (T_s^4 - T_{amb}^4),$$

que fornece a expressão para o cálculo da troca de calor por radiação entre a pequena superfície A_s (quando $\varepsilon_s = \alpha_s$ diz-se que S é uma *superfície cinza*) e o meio circundante.



Radiação

Radiação Térmica – Troca por Radiação

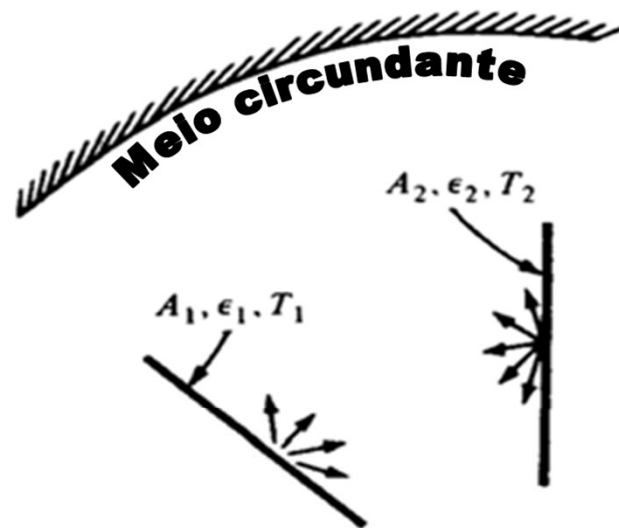


Figura 80 – Análise da troca por radiação entre duas superfícies.

Considere agora duas superfícies de áreas A_1 e A_2 , como mostrado na figura 80, cujas emissividades são ϵ_1 e ϵ_2 mantidas a temperaturas T_1 e T_2 . Neste caso parte da radiação que deixa A_1 atinge A_2 , mas outra parte é perdida para o meio circundante e vice-versa. A análise física da troca de calor por radiação deverá, então, incluir a orientação das superfícies.

A contribuição do meio circundante, que também pode ser considerado transparente à radiação térmica, é ínfima. A atenuação da radiação só será significativa quando a camada de ar possuir vários quilômetros de espessura. A ressalva a ser feita é com relação a gases, como o gás carbônico e o monóxido de carbono, vapor d'água e amônia, que absorvem radiação térmica em determinados comprimentos de onda.

Radiação

Radiação Térmica – Troca por Radiação

Absorção de Radiação

Se o fluxo de radiação incidir sobre um corpo negro, será completamente absorvido por este. Entretanto, como vimos, se a radiação térmica incidir sobre um corpo real, parte será absorvida e parte será refletida.

Se for feita uma consideração razoável, desprezando o fluxo de radiação advindo do meio circundante, a troca líquida entre as superfícies pode ser expressa por

$$\dot{Q} = F_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (178)$$

Onde F_1 , que inclui o efeito de orientação das superfícies (leva em conta o ângulo entre as normais às superfícies) e as emissividades, é denominado **fator de vista** (ou **fator de forma**), no caso, da superfície 1.

Radiação

Radiação Ambiental

A radiação solar é, obviamente, essencial a toda a vida na Terra. Através do processo de fotossíntese (**o que é a fotossíntese?**), ela satisfaz as nossas necessidades alimentares e mesmo de energia (petróleo e biomassa); além disso, através de processos térmicos e fotovoltaicos, satisfaz boa parte de nossa demanda por aquecimento do ambiente, calor e eletricidade.

O Sol pode ser visto como um corpo negro: uma fonte de radiação, praticamente esférica com um raio médio de $6,96 \times 10^5$ km, que se encontra a uma distância de cerca de $1,50 \times 10^8$ km da Terra.

Praticamente 90% da energia do Sol é gerada numa região que corresponde a menos de 25% do seu raio e, em seguida, transferida por radiação a uma distância equivalente a cerca de 70% do raio. Fora dessa região existe uma **zona convectiva** cuja temperatura se encontra na faixa de 5.800 K.

Conforme a radiação atravessa o espaço, o fluxo radiante diminui. O relativo arrefecimento da superfície do Sol indica que a energia criada no interior é dissipada por radiação na superfície solar. Assim, levando em conta o tamanho e a massa $M \cong 1,99 \times 10^{30}$ kg, o “Astro-Rei”, é quase uma fonte inesgotável de energia para a Terra.

Radiação

Radiação Ambiental

Apenas uma pequena parte da energia do Sol atinge a superfície do nosso planeta devido à grande distância entre os dois. A intensidade dessa radiação que alcança a atmosfera da Terra foi determinada com mais exatidão através de um conjunto de medidas em grande altitude usando balões, aeronaves e até naves espaciais entre 1967 e 1970. A energia resultante, conhecida como **constante solar**, foi determinada por consenso internacional como sendo $G_s = 1.353 \text{ W/m}^2$.

Esta quantidade representa o **fluxo de radiação solar incidente** sobre um plano ortogonal aos raios solares na **linha Kármán** (superfície esférica imaginária, há 100 km acima do nível do mar, usada para definir o limite entre atmosfera e espaço), quando a Terra se encontra à distância média do Sol.

Conforme o planeta se move em torno do Sol, numa órbita ligeiramente elíptica, a distância entre os astros varia entre 98,3% (periélio) e 101,7% (afélio) dessa distância média. Por esse motivo, o valor real de G_s varia em cerca de $\pm 3,4\%$, isto é, de um valor mínimo de 1.310 W/m^2 , no dia 21 de junho, a um valor máximo de 1.399 W/m^2 , no dia 21 de dezembro. De qualquer maneira, na prática tal variação no valor efetivo de G_s é desprezível e assume-se que o valor de G_s é a constante estabelecida.

Radiação

Radiação Ambiental

Nesse caso a radiação solar G_0 que incide perpendicularmente à superfície externa da atmosfera terrestre (linha Kármán) se torna

$$G_0 = G_s \cdot f \cdot \cos \theta \quad (\text{W/m}^2). \quad (179)$$

Onde G_0 é chamada de *irradiação solar extraterrestre*. Ela depende da latitude geográfica, assim como da hora do dia e do dia do ano.

Para uma superfície horizontal (isto é, paralela à superfície terrestre), a radiação solar comporta-se como um feixe de raios praticamente paralelos que formam um ângulo θ , o *ângulo de zênite*, em relação à normal à superfície. A grandeza f é um pequeno fator de correção para levar em conta a *excentricidade* da órbita da Terra ao redor do Sol ($0,97 \leq f \leq 1,03$).

O valor de G_s pode ser utilizado na radiação do corpo negro para estabelecer a temperatura efetiva para a superfície do Sol

$$G_s = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sigma T_s^4 \quad (180)$$

onde $r = 6,96 \times 10^8$ m (distância média Terra-Sol)

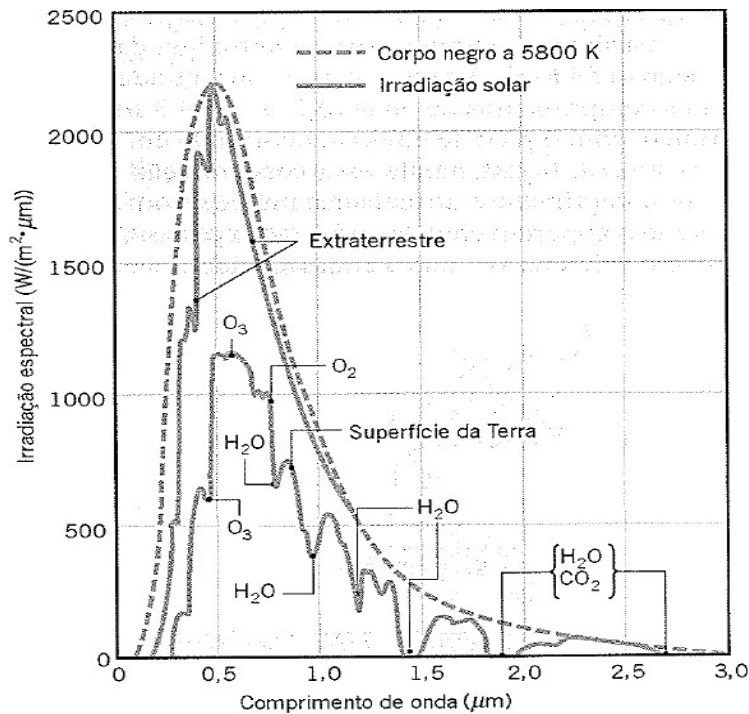
$\sigma = 5,6697 \times 10^{-8}$ W/(m².K⁴)

então, a temperatura efetiva da superfície do Sol será $T_s = 5.762$ K.

A radiação solar que incide sobre a superfície exterior da alta atmosfera tem de se propagar através da atmosfera antes de alcançar a superfície. Aproximadamente 99% da atmosfera está inserida numa distância de cerca de 30 km a partir do nível do mar. À medida que a radiação solar atravessa a atmosfera, ela é absorvida ou espalhada.

Radiação

Radiação Ambiental



A figura 81 ilustra a distribuição espectral da radiação solar, $G_{s\lambda}$, no limite superior da atmosfera e ao nível do solo num dia ensolarado. É significativamente diferente daquela associada à emissão das superfícies envolvidas nos problemas de engenharia.

A distribuição se aproxima daquela de um corpo negro a 5.800 K. A radiação está concentrada na região de pequenos comprimentos de onda ($0,2 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,7 \mu\text{m}$), do espectro térmico, com o pico de emissão em aproximadamente $0,5 \mu\text{m}$.

Figura 81 – Natureza direcional da radiação solar fora da atmosfera terrestre

Radiação

Radiação Ambiental

É justamente essa concentração na região de pequenos comprimentos de onda que impede, com frequência, a hipótese de comportamento de corpo cinza para superfícies irradiadas pelo Sol.

A emissão encontra-se geralmente na região espectral além dos $4\mu\text{m}$ e é improvável que as propriedades espectrais da superfície permaneçam constantes ao longo de uma faixa espectral tão longa.

Observamos que a energia total convertida sob a curva $G_{s\lambda}$ representa o fluxo de radiação solar no limite superior da atmosfera.

$$\int_0^{\infty} G_{s\lambda} d\lambda = G_s = 1\,353 \text{ W/m}^2 \quad (181)$$

A distribuição espectral para a radiação solar que atinge a Terra (abaixo da curva $G_{s\lambda}$) ao nível do solo exibe reentrâncias.

A razão para isso é que conforme a radiação solar atravessa a atmosfera terrestre, sua magnitude e sua distribuição espectral e direcional experimenta uma mudança significativa devido à *absorção* e ao *espalhamento* da radiação pelos constituintes da atmosfera.

Radiação

Radiação Ambiental

O efeito da absorção pelos gases atmosféricos O_3 (ozônio), H_2O , O_2 e CO_2 está ilustrado na parte inferior da figura 82. A absorção pelo ozônio, numa camada que varia de 10 a 30 nm, é mais forte na região do ultravioleta (UV), proporcionando uma atenuação considerável em comprimentos de onda abaixo de $0,3 \mu\text{m}$.

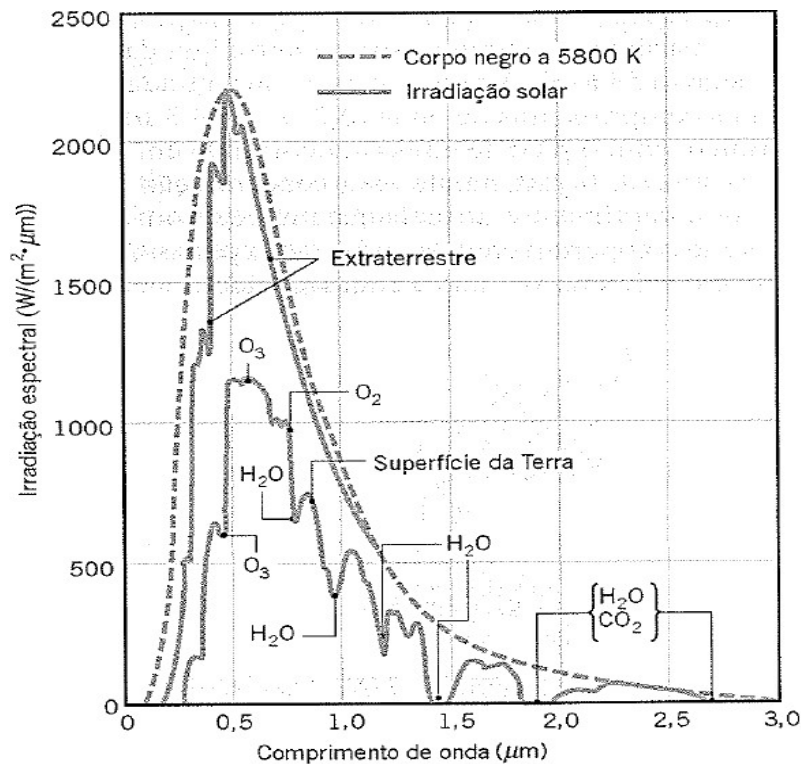


Figura 82 – Distribuição espectral da radiação solar

Radiação

Radiação Ambiental

Conseqüentemente, uma fração desprezível de radiação solar de comprimento de onda menor que $0,3 \mu\text{m}$ atinge a superfície da Terra. Desta forma sistemas biológicos na Terra estão protegidos dos malefícios da radiação ultravioleta.

Na região visível (entre $0,4$ e $0,7 \mu\text{m}$) há alguma absorção pelo O_3 e o O_2 , enquanto na região do infravermelho (IV) próximo e distante a absorção é dominada pelo vapor d'água. Ao longo de todo o espectro solar há, também, absorção contínua de radiação pela poeira e pelos aerossóis presentes na atmosfera.

O efeito cumulativo dos processos de espalhamento sobre a distribuição direcional de radiação solar que atinge a superfície terrestre está mostrado na figura 83a.

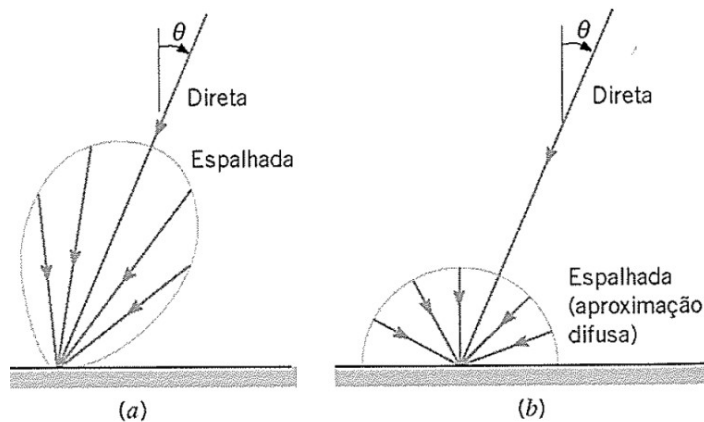


Figura 83 – Distribuição direcional da radiação solar na superfície da Terra.

(a) Distribuição real.
difusa

(b) Aproximação

Radiação

Radiação Ambiental

A porção da radiação que atravessa a atmosfera sem ser espalhada (ou absorvida) está na direção do ângulo de zênite e é conhecida por *radiação direta*. A radiação espalhada incide a partir de todas as direções, embora sua intensidade seja maior nas direções próximas à da direção direta.

Entretanto, como a intensidade da radiação é frequentemente *considerada independente* da direção (fig. 83b), diz-se que é uma ***radiação difusa***.

A radiação solar que atinge a superfície terrestre é, conseqüentemente, a soma das contribuições direta e difusa.

Radiação

Radiação Ambiental

O espalhamento na atmosfera proporciona um **redirecionamento dos raios solares** e ocorre de duas formas (fig. 84): O *espalhamento de Rayleigh*, provocado por moléculas de gases e o *espalhamento de Mie*, provocado por poeira e partículas sólidas.

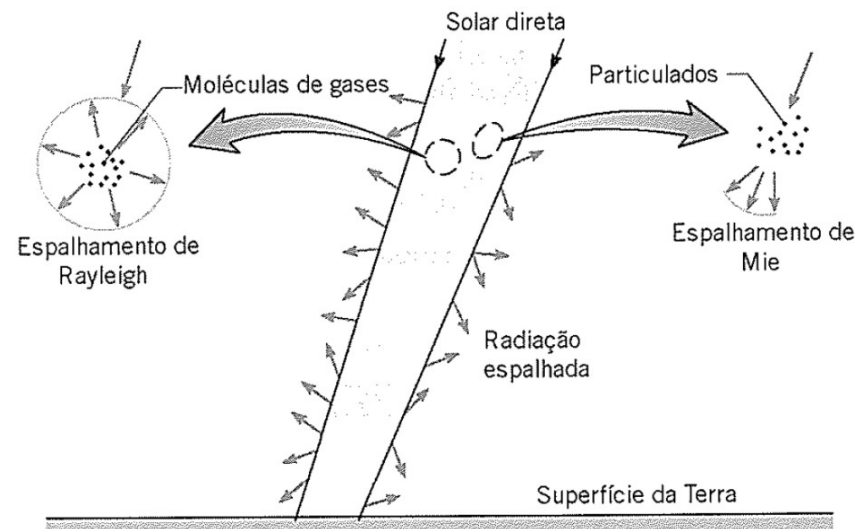


Figura 84 – Espalhamento da radiação solar na atmosfera terrestre

Radiação

Radiação Ambiental

O **espalhamento molecular** ocorre quando o diâmetro molecular efetivo é muito menor que o comprimento de onda da radiação, (ou seja, a razão $\pi D/\lambda \ll 1$), proporcionando um espalhamento da radiação praticamente uniforme.

Assim, cerca de metade da radiação que sofre esse processo é redirecionada para o espaço, enquanto o restante colide com a superfície da Terra.

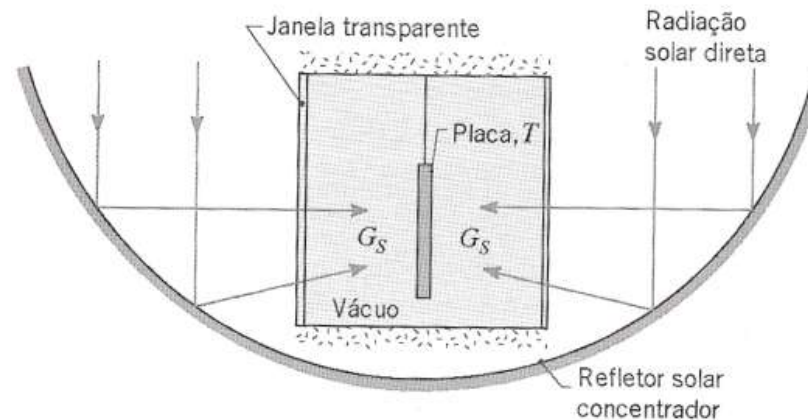
Por outro lado, o **espalhamento de Mie**, provocado por poeira e partículas maiores de aerossóis, ocorre quando $\pi D/\lambda \cong 1$ e está concentrada em direções próximas às dos raios incidentes.

Com isso, praticamente toda essa radiação atinge a Terra em direções que estão próximas às dos raios solares.



Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

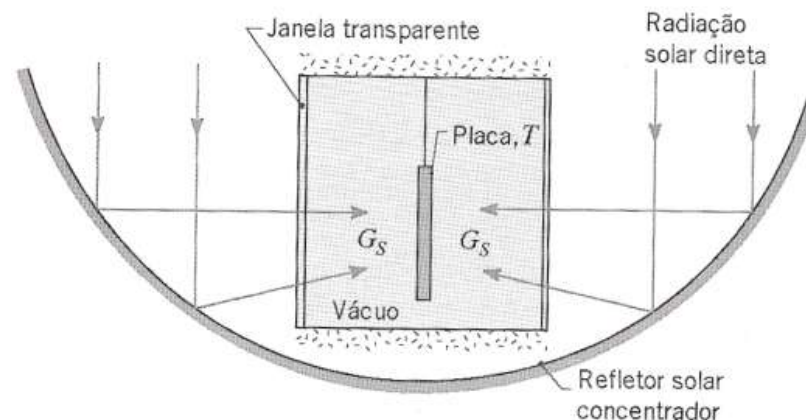
Exemplo 62– Um forno solar é formado por uma câmara onde há vácuo com janelas transparentes, através das quais passa radiação solar concentrada. A concentração pode ser obtida pela instalação do forno no ponto focal de um grande refletor curvo que acompanha a radiação incidente diretamente do sol. O forno pode ser usado para avaliar o comportamento de materiais a elevadas temperaturas, e desejamos projetar um experimento para avaliar a durabilidade de um revestimento difuso e espectralmente seletivo com $\alpha_\lambda = 0,95$ no intervalo $\lambda \leq 4,5\mu\text{m}$ e $\alpha_\lambda = 0,03$ para $\lambda > 4,5\mu\text{m}$. O revestimento é aplicado sobre uma placa que é pendurada no interior do forno.





Estudo Dirigido Atividade em Grupo (em sala)

- Se o experimento deve ser realizado com a placa a uma temperatura, em regime estacionário, de $T = 2000\text{K}$, qual deve ser a irradiação solar G_s suprida à câmara? A irradiação pode ser considerada uniformemente distribuída sobre a superfície da placa e outras fontes da radiação incidente podem ser desprezadas.
- A irradiação solar pode ser ajustada de forma a permitir a operação ao longo de uma faixa de temperatura na placa. Calcule e represente graficamente G_s como uma função da temperatura para $500 \leq T \leq 3000\text{K}$. Represente graficamente os valores correspondentes de α e ϵ como funções de T na faixa designada.



Radiação

Espalhamento de Rayleigh

O **espalhamento de Rayleigh** (em homenagem ao cientista inglês prêmio Nobel de Física, em 1904, John William Strutt, conhecido como Lord Rayleigh) é a dispersão da luz ou qualquer outra radiação eletromagnética por partículas muito menores que o comprimento de onda dos fótons dispersados.

Ocorre quando a luz se propaga através de sólidos e líquidos transparentes, mas se observa com maior frequência nos gases. A dispersão de Rayleigh da luz solar na atmosfera é a principal razão pela qual o céu é azul.

Se o tamanho das partículas é maior que o comprimento de onda, a luz não se decompõe em suas componentes cromáticas e todos os comprimentos de onda são igualmente dispersados, motivo pelo qual, ao atravessar uma nuvem, esta se vê como branca; o mesmo ocorrendo quando atravessa os grãos de sal e de açúcar. Para haver dispersão da luz, o tamanho das partículas deve ser similar ou menor que o comprimento de onda.

O grau de dispersão de Rayleigh que um raio de luz sofre depende do tamanho das partículas e do comprimento de onda da luz, dependências expressas no coeficiente de dispersão; a intensidade da luz dispersada depende inversamente da quarta potência do comprimento de onda, relação conhecida como **Lei de Rayleigh-Jeans**.

Radiação

Espalhamento de Rayleigh

A dispersão de luz por partículas maiores a um décimo do comprimento de onda se explica com a teoria de Mie, que é uma explicação mais geral da difusão de radiação eletromagnética. Portanto esta modelagem é adequada para o espalhamento de partículas menores que $0,05 \mu\text{m}$ (essencialmente gases).

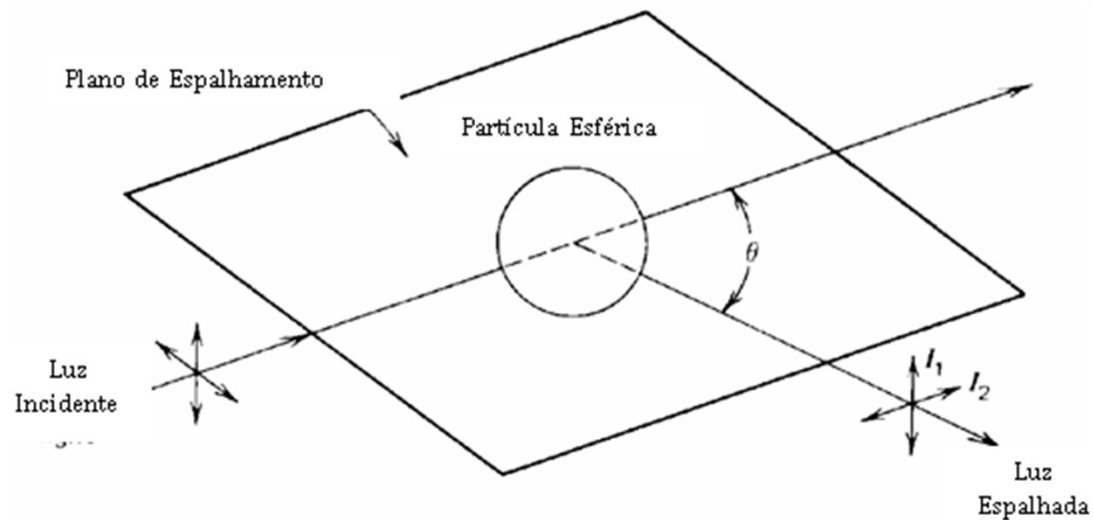


Figura 86 – Espalhamento da luz ao incidir sobre uma partícula esférica

Radiação

Espalhamento de Rayleigh

Entre 0,05 e 100 μm usa-se o espalhamento Mie, que é um desenvolvimento geral para o espalhamento de luz em partículas esféricas, resolvendo-se o problema a partir da solução das equações de Maxwell. Acima de 100 μm , costuma-se trabalhar com ótica geométrica, por ser mais simples.

O espalhamento de Rayleigh considera a partícula como um dipolo elétrico que é excitado pela incidência da luz (radiação eletromagnética) e que irradia, então, a luz segundo o padrão de excitação de um dipolo. A figura 86 permite observar o espalhamento de uma luz com um componente polarizado paralelamente e outro perpendicularmente ao plano onde se estuda o espalhamento.

A intensidade I da luz dispersada por uma pequena partícula num feixe de luz de comprimento de onda λ e intensidade I_0 é dada por:

$$I = I_0 \frac{(1 + \cos^2 \theta)}{2R^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^6 \quad (182)$$

Onde R é a distância à partícula, θ é o ângulo de dispersão, n é o índice de refração da partícula e d é o diâmetro da partícula.

O termo \cos^2 na parcela entre parênteses dá conta da intensidade I_2 , enquanto o termo 1 corresponde à intensidade I_1 . Portanto, a polarização perpendicular ao plano (I_1) é isotrópica, enquanto a paralela ao plano (I_2) depende do ângulo θ .

Radiação

Espalhamento de Rayleigh

A figura 87 ilustra graficamente cada uma das polarizações e a soma das duas (resultante).

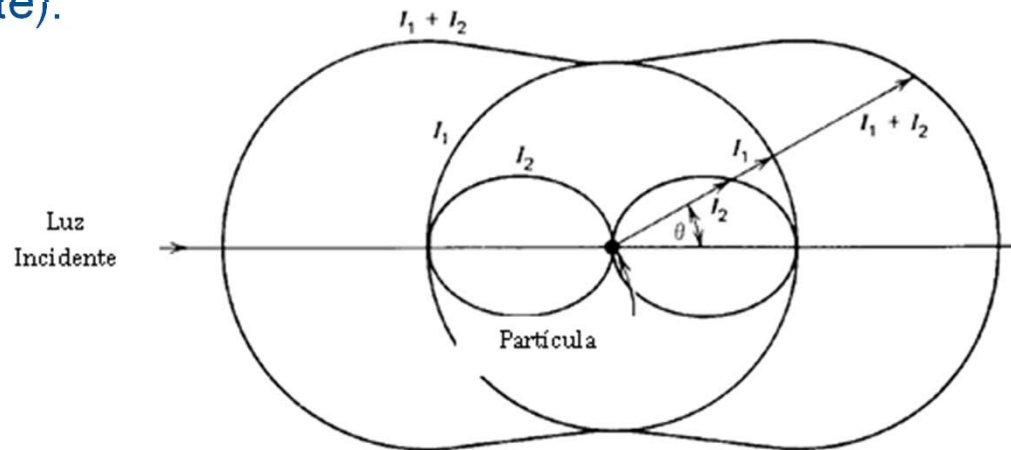


Figura 87 – O espalhamento da luz estimula sua polarização e redução da sua intensidade

Note que a luz espalhada, tanto para frente quanto para trás, tem a mesma característica da luz incidente. Todavia, à medida que visualizamos a luz espalhada, nos deslocando em direção à normal ao eixo de incidência, há uma redução da intensidade I_2 e a luz espalhada vai se polarizando progressivamente.

Radiação

Espalhamento de Rayleigh

Na perpendicular temos apenas I_1 , ou seja, a luz espalhada tem polarização máxima nesta direção. Com os pressupostos teóricos sobre os quais foi deduzido o espalhamento Rayleigh (partículas esféricas com polarizabilidade isotrópica), a polarização é total. Mas com partículas (moléculas) reais, a taxa de polarização é de cerca de 0,94.

O espalhamento Rayleigh explica o azul do céu e o avermelhado do pôr do sol. Os raios de luz que observamos no céu são os que sofreram um leve desvio em relação àqueles que vêm diretamente do sol.

Note que se sairmos da atmosfera terrestre, por exemplo, em um foguete, enxergaremos tudo negro em volta da imagem do sol, porque no vácuo não observamos espalhamento da luz. A forte dependência da dispersão com o comprimento de onda ($\sim \lambda^{-4}$) supõe que na atmosfera a luz azul se dispersa muito mais que a luz vermelha.

Radiação

Espalhamento de Rayleigh

Na atmosfera os fótons de luz azul se dispersam muito mais que os de comprimentos de onda maiores que 490 nm, por este motivo vemos o céu azulado em todas as direções e só o vemos avermelhado quando olhamos próximo ao Sol.

Estas cores que observamos ainda são o resultado da intensidade de cada linha no espectro solar que chega à Terra e da sensibilidade de nossos olhos para cada cor. De outro modo enxergaríamos o céu violeta, pois o comprimento de onda correspondente a esta cor se espalha mais que o azul.

Cabe destacar que, apesar do uso do termo fóton, a lei de dispersão de Rayleigh foi desenvolvida antes do advento da mecânica quântica e, portanto, não se baseia fundamentalmente na teoria moderna sobre a interação da luz com a matéria. Não obstante, a dispersão de Rayleigh é uma boa aproximação da forma pela qual a luz incide em partículas muito menores que seu comprimento de onda.

Radiação

Absortividade solar e emissividade de superfícies de materiais opacos selecionados

Superfície	α_s	ϵ (300 K)	α_s/ϵ
Filme de alumínio depositado por evaporação	0,09	0,03	3,0
Quartzo fundido sobre substrato de alumínio	0,19	0,81	0,24
Tinta branca sobre substrato metálico	0,21	0,96	0,22
Tinta preta sobre substrato metálico	0,97	0,97	1,0
Aço inoxidável, como recebido, fosco	0,50	0,21	2,4
Tijolo vermelho	0,63	0,93	0,68
Pele humana, caucasianos	0,62	0,97	0,64
Neve	0,28	0,97	0,29
Folha de milho	0,76	0,97	0,78



Importante! Lista de Exercícios

Como reforço do aprendizado do conteúdo apresentado em sala de aula, são sugeridos os exercícios dispostos na lista abaixo. Bom estudo!

Exercícios Incropera – 6ed					
Intensidade e Poder Emissivo	12.2	12.3	12.5		
Radiação de Corpo Negro	12.16	12.17	12.18		

Aula 5 – Introdução à Transferência de Massa por Difusão

- ≡ Origens Físicas e equações de taxas
- ≡ Composição de Misturas
- ≡ Velocidade na Mistura
- ≡ Fluxo na Mistura
- ≡ Primeira Lei de Fick

Transferência de Massa por Difusão - Conceitos

Calor é transferido (ou transmitido) se existir uma diferença de temperaturas em um meio. De maneira semelhante, se houver uma diferença na concentração de alguma espécie¹ química em uma mistura, deverá ocorrer transferência de massa.

Transferência de massa é massa em trânsito como o resultado de uma diferença de concentrações de uma espécie em uma mistura.

Da mesma forma que um *gradiente de temperatura* é o *potencial motriz* para a *transferência de calor*, um *gradiente de concentração* de uma espécie em uma mistura fornece o *potencial motriz* para a *transferência de massa* desta espécie.

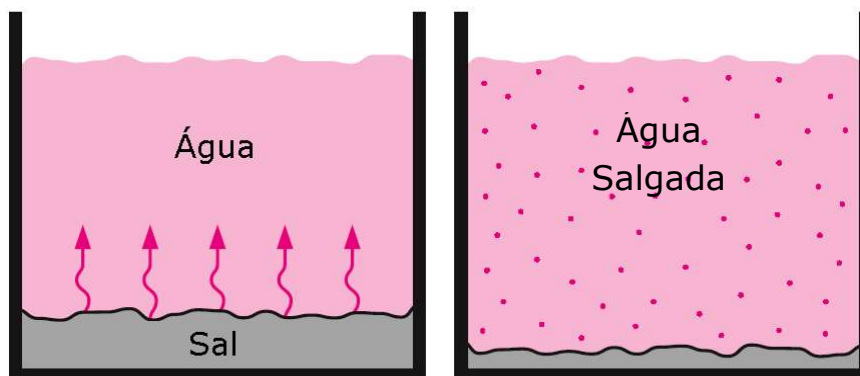


Figura 88 – Quando existe uma diferença de concentração de uma quantidade física em um meio, a natureza tende a equilibrar as coisas, forçando um fluxo a partir da região de alta concentração para a de baixa.

Deve ser feita uma distinção entre *transferência de massa* e *movimento da massa* (escoamento) de um fluido, que *ocorre em nível macroscópico* quando o fluido é transportado de um lugar para outro.

Transferência de Massa por Difusão - Conceitos

A *transferência de massa* exige a presença de *regiões com diferentes composições químicas (microscópicas)* e está relacionada ao movimento de uma espécie química numa região de concentração elevada em direção à de menor concentração, ou seja, devido à presença de *gradientes de concentração*.

Um exemplo é a dispersão de óxidos de enxofre liberados para o meio ambiente pela fumaça da chaminé de uma usina termelétrica a carvão. Outro exemplo é a transferência de vapor d' água para o ar seco, como em um umidificador doméstico.

Existem *modos de transferência de massa* que são similares aos modos de transferência de calor por condução e por convecção. Aqui é analisada a transferência de massa por difusão, que pode ser análoga à transferência de calor por condução.

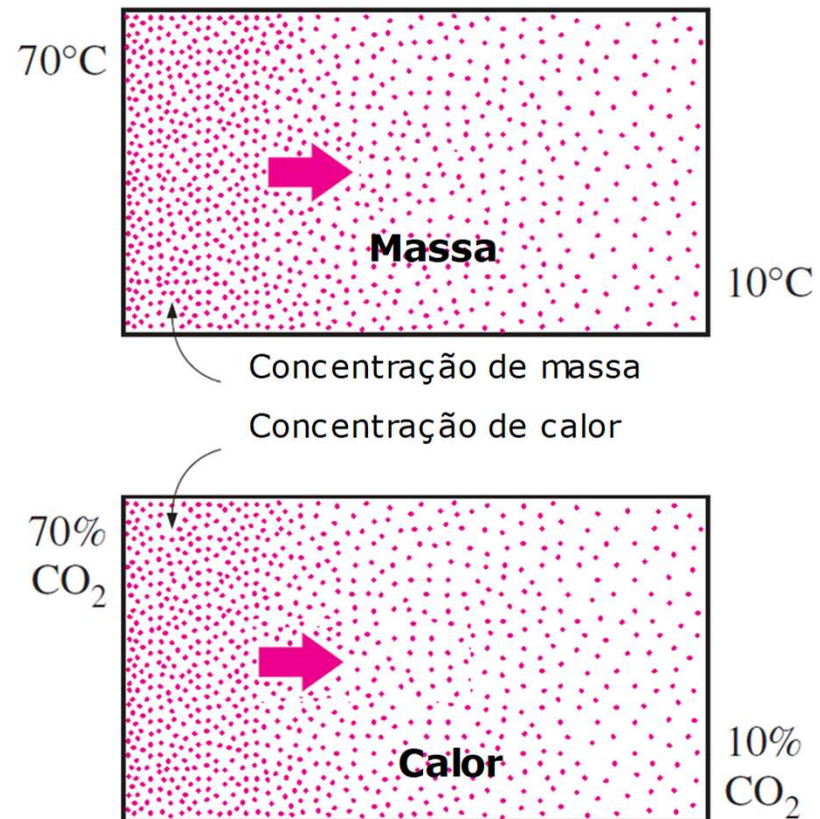


Figura 89 – Analogia entre transferência de calor e massa.

Transferência de Massa por Difusão – Origens Físicas

Do ponto de vista das origens físicas e das equações de taxa governantes, há fortes analogias entre os processos de transferência de calor e de massa por difusão.

Considere uma câmara na qual duas espécies gasosas diferentes, nas mesmas temperatura e pressão, estão inicialmente separadas por uma divisória. Se a divisória for removida, ocorrerá o transporte das duas espécies por difusão. A Figura 90 mostra a situação que existiria logo após a remoção da divisória.

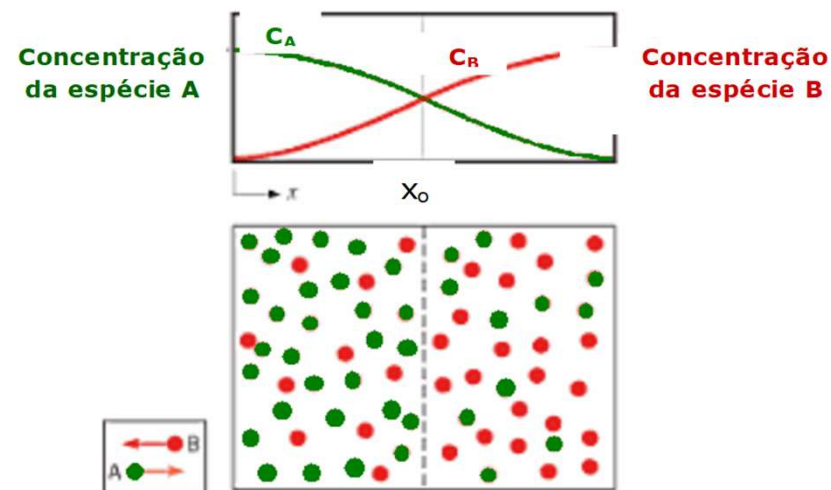


Figura 90 – Transferência de massa por difusão em uma mistura gasosa binária.

Transferência de Massa por Difusão – Origens Físicas

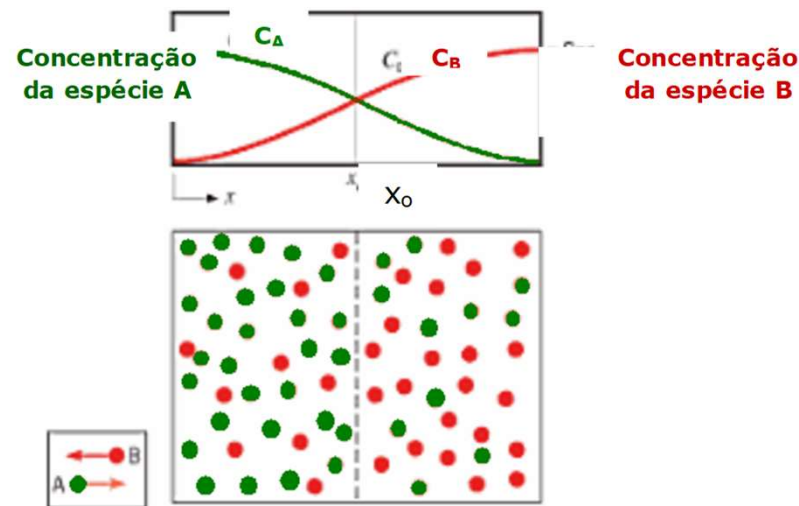


Figura 90 – Transferência de massa por difusão em uma mistura gasosa binária.

Uma maior concentração significa mais moléculas por unidade de volume e a concentração da espécie A (pontos verdes) diminui com o aumento de x , enquanto a concentração de B aumenta com x .

Como a difusão mássica ocorre no sentido da diminuição de concentração, há *transporte líquido* (diferença entre o que entra e o que sai) da espécie A para a direita e da espécie B para a esquerda. O mecanismo físico pode ser explicado considerando o plano imaginário indicado como uma linha tracejada em x_0 .

Transferência de Massa por Difusão – Origens Físicas

Como o movimento molecular é aleatório, a probabilidade de qualquer molécula se mover para a esquerda ou para a direita é igual. Conseqüentemente, mais moléculas da espécie A cruzam o plano vindas da esquerda (uma vez que este é o lado com maior concentração de A) do que vindas da direita.

Analogamente, a concentração de moléculas de B é maior à direita do plano do que à esquerda e o movimento aleatório causa uma transferência líquida da espécie B para a esquerda.

Obviamente, transcorrido um tempo suficiente, são atingidas concentrações uniformes de A e B , e não há transporte líquido da espécie A ou da espécie B através do plano imaginário.

A difusão mássica ocorre em líquidos e sólidos, assim como em gases. Contudo, como a transferência de massa é fortemente influenciada pelo espaçamento molecular, a difusão ocorre mais facilmente em gases do que em líquidos, e mais facilmente em líquidos do que nos sólidos.

Exemplos de processos de difusão em gases, líquidos e sólidos, respectivamente, incluem o óxido nitroso da descarga de um automóvel no ar, oxigênio dissolvido na água e hélio no Pyrex[®].

Transferência de Massa por Difusão

Lei de Fick

Considere uma mistura binária (dois componentes) de fluidos A e B . A composição de cada um deles é caracterizada pela **concentração molar** dos componentes.

A concentração molar c_A do componente A é definida como o número de moléculas do componente A por unidade de volume da mistura e, no sistema internacional, é dada por $\text{kg}\cdot\text{mol}/\text{m}^3$.

A **fração molar** x_A do componente A é definida por $x_A = c_A / c$, onde c é a concentração molar total da mistura. A **concentração mássica** ρ_A do componente A é a sua massa por unidade de volume.

No SI ρ_A é dada por kg/m^3 . A **fração mássica** w_A do componente A é definida por $w_A = \rho_A / \rho$, onde ρ é a densidade mássica total da mistura.

Transferência de Massa por Difusão

Velocidades na Mistura

Considere uma mistura binária cuja concentração varie na direção x e o fluido sujeito a um movimento na mesma direção. Sejam u_A e u_B as *velocidades médias estatísticas* dos componentes A e B , respectivamente, na direção x , com relação a um sistema de coordenadas estacionário. A velocidade média molar U da mistura nessa direção é definida por

$$U = \frac{1}{c} (u_A c_A + u_B c_B) \quad (183)$$

onde c_A e c_B são as concentrações molares das espécies A e B , respectivamente, e c é a *concentração molar total* da mistura. As *velocidades de difusão* das espécies A e B com relação à velocidade média molar U são definidas como

$$u_A - U = \text{velocidade de difusão da espécie } A \quad (182)$$

$$u_B - U = \text{velocidade de difusão da espécie } B \quad (183)$$

Assim, a velocidade de difusão indica o movimento de uma espécie *relativo ao movimento médio local* da mistura.

Transferência de Massa por Difusão

Fluxos na Mistura

Os *fluxos molares totais* N_A e N_B das espécies A e B , respectivamente, relativos ao sistema de coordenadas estacionário na direção x são dados por

$$N_A = c_A u_A \quad (184a)$$

$$N_B = c_B u_B \quad (184b)$$

isto é, N_A e N_B caracterizam as quantidades molares *totais* das espécies A e B , respectivamente, que atravessam uma unidade de área perpendicular ao eixo x por unidade de tempo.

Os *fluxos molares difusivos* J_A e J_B das espécies A e B , respectivamente, relativos à velocidade média molar U são definidos como

$$J_A = c_A (u_A - U) \quad (185a)$$

$$J_B = c_B (u_B - U) \quad (185b)$$

isto é, os fluxos molares J_A e J_B são a medida de difusão (taxa) das espécies A e B , respectivamente, na mistura.

Transferência de Massa por Difusão

Relações entre os vários Fluxos

A relação entre os vários fluxos molares será agora derivada combinando os resultados acima. Substituindo a expressão para U (eq. 183, nas eqs. 185), obtém-se

$$J_A = c_A u_A - \frac{c_A}{c} (u_A c_A + u_B c_B) \quad (186a)$$

$$J_B = c_B u_B - \frac{c_B}{c} (u_A c_A + u_B c_B) \quad (186b)$$

Quando a definição de N_A e N_B , dada pelas equações (184), é introduzida nas equações (186), obtemos as relações entre os vários fluxos:

$$J_A = N_A - \frac{c_A}{c} (N_A + N_B) \quad (187a)$$

$$J_B = N_B - \frac{c_B}{c} (N_A + N_B) \quad (187b)$$

Estes resultados mostram que o *fluxo de difusão molar* J_i da espécie i é igual à diferença entre o *fluxo molar* e o *escoamento global* da mistura de espécie i .

Fica evidente, a partir das equações (187), que a soma de J_A e J_B é nula, isto é,

$$J_A + J_B = 0 \quad \text{ou} \quad J_A = -J_B \quad (188)$$

já que $c = c_A + c_B$. Este resultado implica que numa mistura binária os fluxos de difusão dos dois componentes, J_A e J_B , são de igual magnitude e sentidos opostos.

Transferência de Massa por Difusão

Primeira Lei de Fick

Numa mistura binária na qual a composição varia na direção x e a difusão molecular ocorre dentro do fluido devido a não uniformidade da composição; os fluxos molares J_A e J_B na direção x estão relacionados ao gradiente de concentrações através da *primeira lei de Fick*.

$$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dx} \quad (189a)$$

$$J_B = -D_{BA} \frac{dc_B}{dx} \quad (189b)$$

Onde D_{AB} é a *difusividade mássica* (ou *coeficiente de difusão*) de A em B e

D_{BA} é a *difusividade mássica* (ou *coeficiente de difusão*) de B em A;

esses valores são iguais:

$$D_{AB} = D_{BA} = D \quad (190)$$

O sinal de menos foi incluído nas equações (189) porque a difusão de massa ocorre na direção em que a concentração diminui e, com isso, tornar positivo o fluxo de massa na direção positiva do eixo x ; ou seja, *quando J_A for positivo o fluxo da espécie A será positivo na direção x e vice-versa*.

Transferência de Massa por Difusão

Primeira Lei de Fick

No sistema internacional as unidades serão dadas por

$c_i \Rightarrow$ concentração molar do componente i na mistura $\Rightarrow \text{kgmol}/\text{m}^3$.

$D \Rightarrow$ difusividade mássica ou coeficiente de difusão $\Rightarrow \text{m}^2/\text{s}$.

$J_i \Rightarrow$ fluxo molar do componente i na direção $x \Rightarrow \text{kgmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$.

$x \Rightarrow$ distância na direção $x \Rightarrow \text{m}$.

Se a mistura considerada for um gás perfeito, as concentrações c_A e c_B são relacionadas às pressões parciais p_A e p_B das espécies A e B , na mistura por

$$p_i = c_i RT \quad (191)$$

onde $c_i \Rightarrow$ concentração molar do componente i na mistura $\Rightarrow \text{kgmol}/\text{m}^3$.

$p_i \Rightarrow$ pressão parcial do componente i na mistura $\Rightarrow \text{kPa}$.

$R \Rightarrow$ constante universal dos gases $\Rightarrow \text{J}/(\text{kgmol} \cdot \text{K})$.

$T \Rightarrow$ temperatura da mistura $\Rightarrow \text{kPa}$.

Então as equações (189) se reduzem a

$$J_i = - \frac{D}{RT} \frac{dp_i}{dx} \quad (192)$$

$i = A \text{ ou } B \quad \text{e} \quad J_i \Rightarrow \text{kgmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$



Exemplo Frações Mássicas

Exemplo 63 – Admitindo-se que o ar seja composto exclusivamente por O_2 e N_2 com suas pressões parciais na proporção 0,21:0,79, quais são as suas respectivas frações mássicas?

$$\mathcal{M}_{O_2} = 32 \frac{kg}{mol} \quad \mathcal{M}_{N_2} = 28 \frac{kg}{mol}$$

$$w_{O_2} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho_{O_2} + \rho_{N_2}},$$

porém
$$\rho_i = \frac{p_i}{R_i T} = \frac{p_i}{\left(\frac{R}{\mathcal{M}_i}\right) T} = \frac{\mathcal{M}_i p_i}{RT}$$

portanto
$$w_{O_2} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho} = \frac{\frac{\mathcal{M}_{O_2} p_{O_2}}{RT}}{\sum_i \left(\frac{\mathcal{M}_i p_i}{RT}\right)} = \frac{\mathcal{M}_{O_2} p_{O_2}}{\sum_i \mathcal{M}_i p_i}$$

com as frações molares
$$x_{O_2} = \frac{p_{O_2}}{p} = \frac{0,21}{0,21 + 0,79} = 0,21$$

$$w_{O_2} = \frac{32 \times 0,21}{32 \times 0,21 + 28 \times 0,79} = 0,233 \quad w_{N_2} = 1 - w_{O_2} = 0,767$$



Exemplo Concentração Molar e Fração Mássica

Exemplo 64 – Uma mistura de CO_2 e N_2 encontra-se em um recipiente a 25°C , com cada uma das espécies à pressão parcial de 1 bar. Calcule a concentração molar, a fração mássica e a fração molar de cada espécie.

$$A \rightarrow \text{CO}_2, \quad \mathcal{M}_A = 44 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$B \rightarrow \text{N}_2, \quad \mathcal{M}_B = 28 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$c_i = \frac{p_i}{RT} c_A = c_B = \frac{1 \text{ bar}}{\left(8,317 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{bar}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) (298 \text{ K})}$$

$$c_A = c_B = 0,040 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \quad \text{Como } \rho_i = \mathcal{M}_i c_i, \quad \text{segue}$$

$$\rho_A = 44 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \times 0,04 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} = 1,78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_B = 28 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \times 0,04 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} = 1,13 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ e ainda}$$

$$x_i = \frac{c_i}{\sum_i c_i} x_A = x_B = \frac{0,04}{0,08} = 0,5$$

$$w_i = \frac{\rho_i}{\sum_i \rho_i} w_A = \frac{1,78}{1,78 + 1,13} = 0,61 \quad w_B = \frac{1,13}{1,78 + 1,13} = 0,39$$



Exemplo Taxas de Transferência

Exemplo 65 – Dois reservatórios contêm misturas homogêneas de ar (componente A) e dióxido de enxofre (componente B) a 1 atm e 273 K, mas a diferentes concentrações. O reservatório 1 contém 80% de ar e 20% de SO₂ em base molar, enquanto que o reservatório 2 contém 30% de ar e 70% de SO₂, também em base molar.

Os dois reservatórios estão conectados por uma tubulação de 1,8 m de comprimento e 10 cm de diâmetro interno. Determine a taxa de transferência de ar entre os dois reservatórios considerando que ela ocorra em regime permanente.

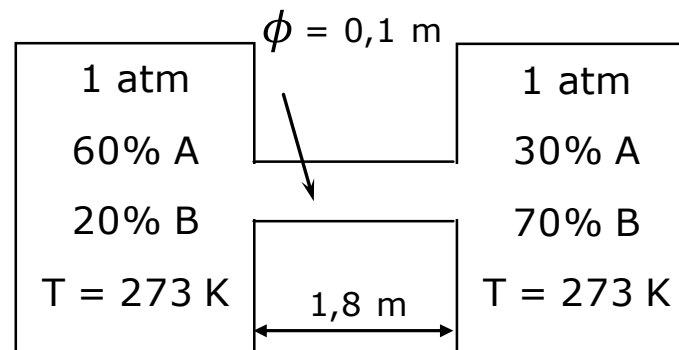


Figura 91 – Exemplo 65



Exemplo

Taxas de Transferência

O fluxo molar de ar para o componente A é determinado por

$$N_A = \frac{D}{RT} \left(\frac{p_{A_1} - p_{A_2}}{x_2 - x_1} \right) \frac{\text{kg} \cdot \text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

a taxa de transferência de massa do componente B é dada por

$$Q_A = (\text{área})(N_A) = \left(\frac{\pi \phi^2}{4} \right) \frac{D}{RT} \left(\frac{p_{A_1} - p_{A_2}}{x_2 - x_1} \right)$$

$$d = 0,1 \text{ m} \quad T = 273 \text{ K} \quad R = 0,082 \text{ m}^3 \cdot \text{atm} / (\text{kgmol} \cdot \text{K}) \quad x_2 - x_1 = 1,8$$
$$D = 0,122 \text{ cm}^3/\text{s} = 0,122 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

As pressões parciais do componente A no reservatório são

$$p_{A_1} = 0,80 \text{ atm no reservatório 1} \quad p_{A_2} = 0,30 \text{ atm no reservatório 2}$$

$$Q_A = \left[\frac{\pi(0,1)^2}{4} \right] \frac{0,122 \times 10^{-4}}{0,080205 \times 273} \left(\frac{0,8 - 0,3}{1,8} \right)$$

$$Q_A = 0,156 \times 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{mol} \cdot \text{s}}$$



Importante! Lista de Exercícios

Como reforço do aprendizado do conteúdo apresentado em sala de aula, são sugeridos os exercícios dispostos na lista abaixo. Bom estudo!

Exercícios Incropera – 6ed				
Composição de Misturas	14.1			
Difusividade Mássica	14.6	14.7		
Equação da Difusão Mássica	14.17	14.18		

Perguntas?

Contato:



<http://lattes.cnpq.br/9510794972870727>



[@carloscatunda](#)



carlos.catunda@cefet-rj.br

